

タイトル	杭打機やクレーンの軟弱地盤における転倒の動解析
著者	當麻，庄司；世戸，憲治；Toma, Shouji；Seto, Kenji
引用	工学研究：北海学園大学大学院工学研究科紀要(23)：33-45
発行日	2023-09-30

杭打機やクレーンの軟弱地盤における転倒の動解析

當 麻 庄 司*・世 戸 憲 治**

Dynamic Analysis for Overturning of Pile Driving Machines and Cranes on Soft Ground

Shouji Toma* and Kenji Seto**

要 旨

重心の高い杭打機、クレーン、ジャッキ、高所作業車等の転倒事故が多く起こっている。これらの事故の背景について、構造不安定の観点から以前より研究が進められている。座屈に代表される構造不安定問題は、荷重と変形の方法が異なるために予測が難しく、原因究明の盲点となっている。これまでの研究によって、転倒メカニズムは(1)転倒モーメント型、(2)構造不安定型および(3)つり合い移行型の3つに分類できることが提唱され、その内軟弱地盤における杭打機等の転倒にはつり合い移行型が重要であると指摘されている。しかし、そこでの構造安定論は静解析に限定されていた。軟弱地盤で起こるこれらの転倒事故は慣性力の影響が大きいと思われ、動的な解析が不可欠である。静解析ではつり合い状態になると変位は停止するとされたが、慣性力が加わると変位は継続して増大し、つり合い状態を越えさらには転倒傾斜角をも越える可能性がある。転倒傾斜角を越えると杭打機等は復元力を失い、転倒する。本論文では、動解析に基づく運動方程式を導き、それを解いて杭打機等の傾斜の時間的変化を求める。それによって、杭打機等重心の高い機械類の転倒メカニズムを静解析よりも明確に説明することができる。

目 次

- | | |
|-----------------------------|------------------|
| 1. まえがき | 4. 動解析の結果と考察 |
| 2. 静解析による転倒メカニズム | 4.1 杭打機の諸元 |
| 2.1 構造モデルとつり合い式 | 4.2 動解析の計算例 |
| 2.2 転倒傾斜角 | 4.3 解析結果の考察 |
| 2.3 つり合い移行型の転倒メカニズム | 5. 転倒挙動の考察 |
| 3. 動解析による転倒メカニズム | 6. 転倒傾斜角を越えた後の挙動 |
| 3.1 構造モデルと運動方程式 | 7. あとがき |
| 3.2 運動方程式の基本解 | 参考文献 |
| 3.3 $\omega_0=0$ の場合 | |
| 3.4 $\omega_0 \neq 0$ の場合 | |
| 3.5 $\theta > \theta_u$ の場合 | |

キーワード：杭打機の転倒，クレーンの転倒，高所作業車の転倒，転倒メカニズム，動解析

* 北海学園大学名誉教授
Professor Emeritus, Hokkai-Gakuen University
大起コンサルタント(株)
Taiki Consultant, Inc.

** 北海学園大学名誉教授
Professor Emeritus, Hokkai-Gakuen University

1. まえがき

軟弱地盤におけるクレーン、杭打機、ジャッキ、高所作業車等の転倒事故が多く起きている¹⁻³⁾。これらの転倒事故の背景には、重心の高い構造物という構造不安定に通じる共通点がある。それらの事故原因の究明は、傾斜や偏芯等を考慮した荷重の作用力と地盤の支持力との比較から行われるのが一般的である⁴⁾。米国の杭打機業界においても、安全施工に関心をもって取り組んでいる^{5,6)}。一方、これらの転倒事故の原因究明には座屈に代表される構造安定論のアプローチが必要であるとの見解が、早くから指摘されている⁷⁻⁹⁾。近年、この構造安定論に基づく一連の研究が筆者らにより進められ、転倒挙動について理論的に解析されている。そこでは、まずジャッキの転倒による橋桁落下事故が取り上げられ¹⁰⁾、その後杭打機に代表される重心位置の高い重機の転倒が検討された^{11,12)}。これらの研究は国際学術誌にも発表されている^{13,14)}。

しかし、これまで発表された構造安定論による原因究明は静解析に基づいているため、慣性力による動的な影響は考慮されていなかった。静解析によって明らかになった初期傾斜等の影響をさらに詳しくみるためには、動解析による検討が不可欠である。動解析によって転倒時の傾斜増加の時間的変化が得られ、実際の事故現象をより合理的に説明することができる。

本論文では、まずこれまでの静解析による研究の概要を述べる。そこでは、転倒メカニズムは(1)転倒モーメント型、(2)構造不安定型、および(3)つり合い移行型の3つに分類され、軟弱地盤での転倒は“つり合い移行型”のメカニズムによって起こる可能性が高いこと、そしてそこでは初期傾斜の影響が大きいことを示す。次に、運動方程式に基づく動解析の理論解について記述する。動解析では、変位傾斜角は慣性力によってつり合い状態を越えて増大し、さらには転倒傾斜角をも越える可能性がある。そして、動解析に基づく数値計算例を示し、慣性力によって初期傾斜の影響が増幅され、転倒の危険性が増すことを示す。

なお、ここでは軟弱地盤における杭打機等の転倒メカニズムの理解を主旨とするため、2次元的な側方転倒のみを扱い、前後方向を含めた斜め方向の転倒は考えない。また、減衰力についてはないものとみなす。

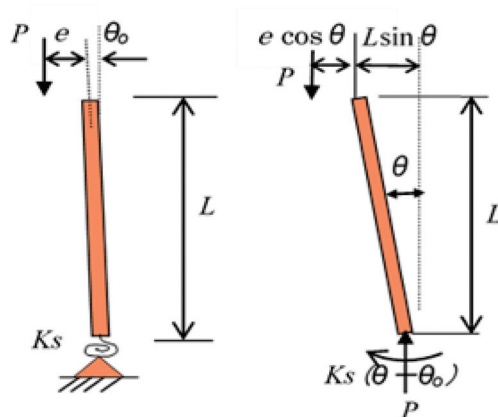


図1 杭打機の静解析構造モデル

2. 静解析による転倒メカニズム

2.1 構造モデルとつり合い式

構造安定論に基づく杭打機等の荷重と傾斜変形の関係は先の論文^{11,12)}で詳述されているので、ここではその概要のみを記述する。静解析に当たっての構造モデルは、図1に示すように杭打機等の本体は剛性が十分大きい剛体と仮定し、地盤上に回転ばねで接続されているとする。機械の重量全体は重心に作用する1質点に簡略化し、したがってここでの重心点の算定では1次モーメントが適用されていることに留意されたい。図1に示す構造モデルの右図において、力のつり合いを考えると次式のようなになる¹⁵⁾。

$$K_s(\theta - \theta_0) - P(L \sin \theta + e \cos \theta) = 0 \quad (1)$$

ここに、 K_s =回転ばね剛性（線形）、 P =荷重（杭打機の自重）、 L =荷重（重心）の高さ、 θ =変位傾斜角、 θ_0 =初期傾斜角、 e =荷重の偏芯距離

式(1)の第1項は復元モーメントであり、第2項は転倒モーメントである。式(1)において、第1項の復元モーメントは変位傾斜角の増大に対して線形の仮定が導入されており、ここでは制限なく増大することに留意されたい。式(1)から、荷重-傾斜角関係式は次のように求められる。

$$P = \frac{K_s(\theta - \theta_0)}{L \sin \theta + e \cos \theta} \quad (2)$$

式(2)から、初期不整（初期傾斜と偏芯荷重）がなく、また変位傾斜角を微小($\theta \approx 0$)と仮定すると、次式のような転倒荷重（固有値） P_{cr} が得られる。

$$P_{cr} = K_s / L \quad (3)$$

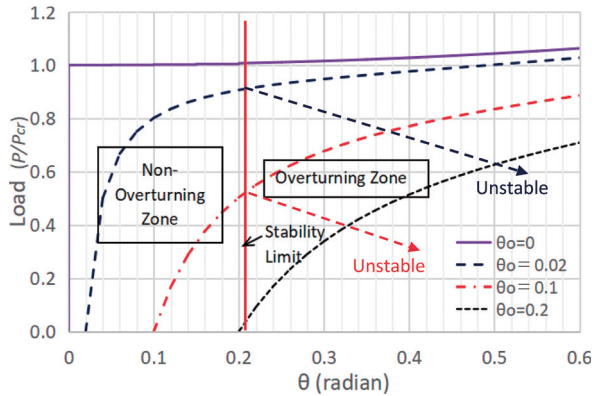


図2 荷重-傾斜角曲線（初期傾斜がある場合）

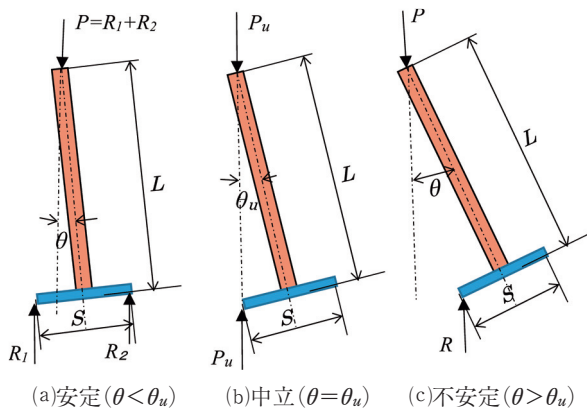


図3 杭打機の安定と不安定

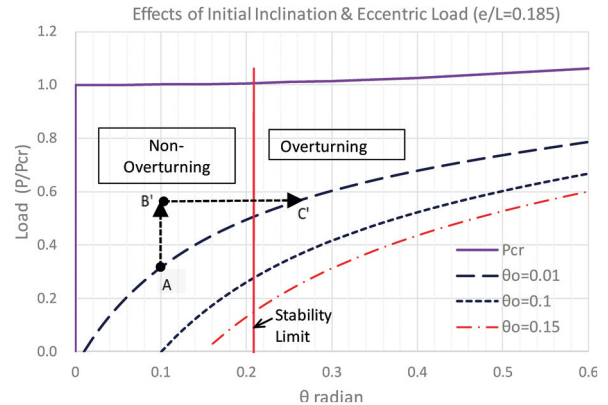
この荷重は柱の弾性座屈におけるオイラー荷重に相当する。式(2)を転倒荷重（式(3)）で無次元化すると、次のようになる。

$$\frac{P}{P_{cr}} = \frac{\theta - \theta_0}{\sin \theta + e \cos \theta / L} \quad (4)$$

式(4)から、初期傾斜が変化する場合（偏芯距離 e はゼロと仮定）の荷重-傾斜角のつり合い関係をプロットすると、図2に示すようになる。この図から、初期傾斜角があると荷重-傾斜角曲線は大きく低下することが分かる。図2中に示す縦線は、ここで仮に設定した杭打機等が転倒する転倒傾斜角（ $\theta_u = 0.21$ （12度）、次節参照）を示しており、転倒モーメントが抵抗モーメントよりも大きくなる限界値である。杭打機の傾斜がこれを越えると、杭打機は不安定になって転倒する。この後、荷重-傾斜角曲線は右下がりになる。

2.2 転倒傾斜角

図3は杭打機等の安定と不安定の状態を表す^{11,12)}。安定と不安定の境界は、図3(b)に示すよ

図4 つり合い移行型の転倒（ $e/L=0.185$ ）

うに荷重と反力の作用線が同一鉛直線上にあることから求められる。このときの角度 θ_u を転倒傾斜角と定義し、それは杭打機の諸元から次式のようになる。

$$\theta_u = \tan^{-1} \frac{S}{2L} \quad (5)$$

変位傾斜角がこの転倒傾斜角よりも大きければ、転倒モーメントが抵抗モーメントよりも大きくなり（不安定）、杭打機は転倒する。この不安定域では、図2に示すようにつり合い曲線は右下がりになる。したがって、図2の荷重-傾斜角曲線と転倒傾斜角の交点が転倒荷重（ P_u ）を示している。これらのことから、初期傾斜の影響により転倒荷重は大きく低下し、転倒しやすくなることが分かる。

2.3 つり合い移行型の転倒メカニズム¹¹⁾

つり合い移行型の転倒メカニズムを図4の荷重-傾斜角曲線を例にとって説明する。今、杭打機がつり合い状態にある点Aから何らかの原因で不つり合いの点B'に移動したとする。その原因として考えられるのは、杭打機がより軟弱な地盤上に移動した、地盤の傾斜が大きくなった、クレーンの吊り荷が増加した、高所作業車のアームを上伸ばした、移動中の揺動により傾斜が大きくなった、等様々な可能性がある。これらの理由により P/P_{cr} は大きくなり、A点は上方に移動する。アンバランス点B'にある機械はつり合いを維持するためにつり合い点C'点に移動しようとするが、そのときに転倒傾斜角を越えると転倒する。

次に、同様の問題を回転ばね剛性-傾斜角関係

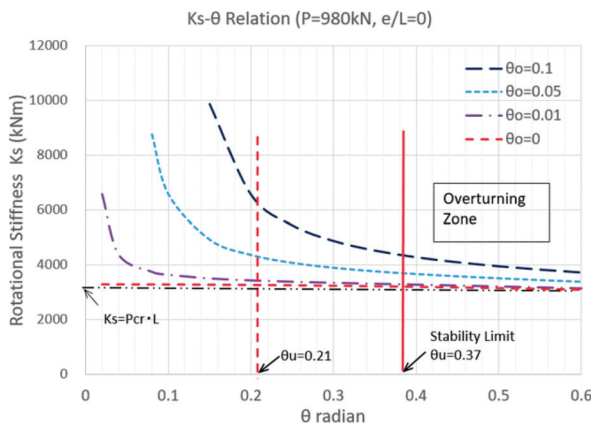


図5 回転ばね剛性－変位曲線

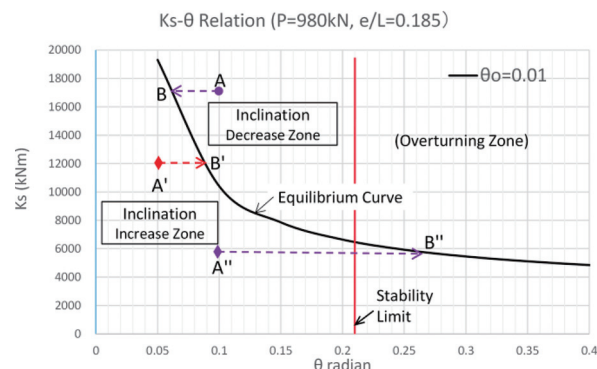


図6 変位増大域と変位減少域

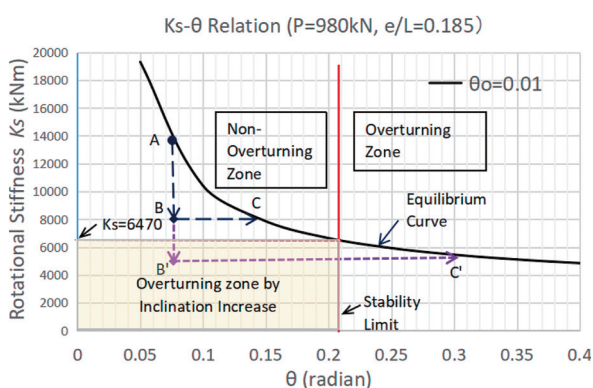
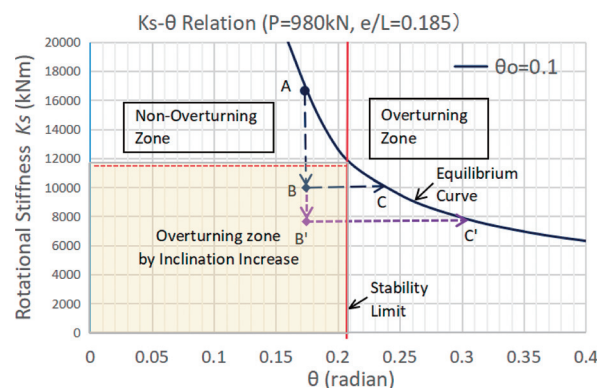
(a)初期傾斜 $\theta_0 = 0.01$ (b)初期傾斜 $\theta_0 = 0.1$

図7 つり合い移行型の転倒条件

(K_s - θ)から考えてみる。図5は、式(2)から求めたある杭打機($P=980$ kN, $L=3.36$ m)の K_s - θ 曲線である。この図から、 K_s が大きくなると傾斜角 θ が小さくなり、また初期傾斜 θ_0 が大きくなると傾斜角が大きくなることが分かる。この K_s - θ 曲線の一部を取り出した図6から、つり合い移行型転倒のメカニズムを考察する。図6の K_s - θ 曲線より右側にある点Aは、式(1)において復元モーメントが転倒モーメントよりも大きい範囲にあるので杭打機の傾斜角は小さくなり、つり合い点Bに戻ろうとする。反対に、 K_s - θ 曲線より左側にある点A'はつり合い点B'に移行しようとして傾斜角は増大する。このとき、より軟弱な点A''にあってつり合い点B''に移行するとき、転倒傾斜角を越えれば杭打機は転倒する。

このように考えると、杭打機が転倒する条件は図7に示すように、 K_s - θ 曲線と K_s 値との交点より下の範囲ということになる。転倒するケースは、図7(a)のように初期傾斜角が小さければB'からC'への移行途中にあるが、図7(b)のように

初期傾斜角が大きければBからCへの移行途中においても転倒することになり、転倒の範囲が大きくなる。そして、次節以降の動解析において記述するように、慣性力を考慮するとさらにこの転倒範囲が大きくなる。

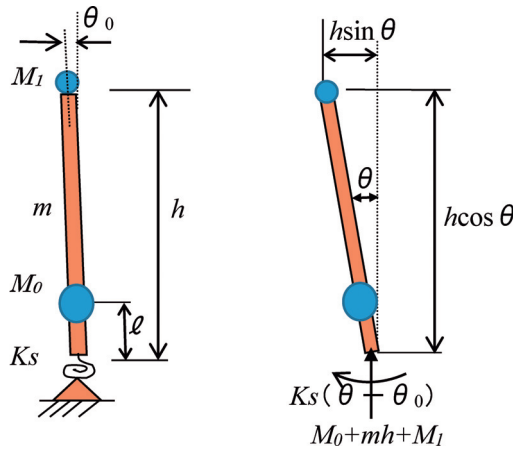
3. 動解析による転倒メカニズム

3.1 構造モデルと運動方程式

静解析における杭打機の構造モデル(図1)では、構造物の総重量(kN)が重心に集中した1質点系を考えた。それは、静解析では基本的につり合い式を1次モーメントで考えることができるからである。しかし、動解析においては慣性モーメント(2次モーメント)が関係するため、図8に示す杭打機とその構造モデルのように、下部の機械部分 M_0 (kg)、オーガ等上部の M_1 (kg)およびブームの m (kg/m)の3質点系を考える。ここに、前者の2つは点質量であるが、 m は単位長さ当た



(a)杭打機



(b)構造モデル（動解析）

図8 杭打機と動解析構造モデル

りの分布質量である。また、動解析ではこれらの3要素は静解析での重量とは違って、いずれも質量であることに留意されたい。そして、 ℓ は M_0 までの高さ、 h はブームの長さ（ M_1 までの高さ）である。（ちなみに、図1における L は全重量 P までの重心距離である。）

以上の設定において、運動方程式はつぎの式(6)に示ようになる。

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + \gamma \frac{d\theta}{dt} - T \sin \theta + K_s(\theta - \theta_0) = 0 \quad (6)$$

この方程式左辺の第1項は慣性力モーメント、第2項は減衰力モーメント、第3項は傾きによる転倒力モーメント、そして第4項は地盤反力による復元力モーメントである。ただし、ここで、慣性モーメント I は

$$I = \left(M_1 + \frac{1}{3}mh \right) h^2 + M_0 \ell^2 \quad (7)$$

となり、また杭打機重量の1次モーメント T は、重力加速度 $g=9.8(m/s^2)$ を用いて、

$$T = \left(M_1 + \frac{1}{2}mh \right) gh + M_0 g \ell \quad (8)$$

と表わされる。

この運動方程式を静解析によるつり合い式(1)と比較すると、第1項と第2項が加わったことになる。そして、動解析では第1項に入る I の定義式(7)にみられるように2次モーメントが関係してくる。そのことから、高さの影響が動解析では静解析よりも大きいということがいえる。以下、上記の運動方程式の解を求めることにする。

3.2 運動方程式の基本解

式(6)の微分方程式を解くにあたり、ここでは簡単化のため、減衰係数 γ をゼロとし、また、傾き角 θ は小さいものとして、 $\sin \theta \approx \theta$ と近似できるものとする。このとき、方程式(6)は

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + (K_s - T)\theta - K_s\theta_0 = 0 \quad (9)$$

と表わされる。このとき、杭打機が安定して立っているためには、復元モーメントが転倒モーメントよりも大きく、すなわち、 $K_s > T$ でなければならない。以下では、この K_s と T の比の値を

$$\frac{T}{K_s} = \alpha (< 1) \quad (10)$$

と定義して使うことにする。この α の値が小さいほど、系は安定になる。

この微分方程式(9)を、初期条件

$$t=0 \text{ のとき } \theta = \theta_0, \quad d\theta/dt = \omega_0 \quad (11)$$

の基に解くと、つぎのような解が得られる。

$$\theta(t) = \frac{\omega_0}{\omega} \sin(\omega t) + (\theta_0 - \theta_c) \cos(\omega t) + \theta_c \quad (12)$$

ここに、角速度 ω 、および、振動の中心角 θ_c は

$$\omega = \sqrt{\frac{K_s - T}{I}}, \quad \theta_c = \frac{\theta_0}{1 - \alpha} (> \theta_0) \quad (13)$$

で与えられる。この θ_c は方程式(9)で、角加速度 $d^2\theta/dt^2$ をゼロと置いたときの θ の解であり、 $\theta(t)$ はこの θ_c を中心として振動することになる。なお、この式(13)の第2式から α を求めると

$$\alpha = 1 - \frac{\theta_0}{\theta_c} \quad (14)$$

となるが、この式はあとで数値解析するときに用いられる。

3.3 $\omega_0 = 0$ の場合

ここでは、まず初期角速度 ω_0 がゼロの場合について検討する。このとき、式(12)は次式のようになる。

$$\theta(t) = (\theta_0 - \theta_c) \cos(\omega t) + \theta_c \quad (15)$$

ここで、 $\theta_c > \theta_0$ であることを考慮すると、 $\theta(t)$ が最大になるのは $\cos(\omega t) = -1$ のときで、その最大値 θ_{max} は

$$\theta_{max} = 2\theta_c - \theta_0 = (1 + \alpha)\theta_c \quad (16)$$

となる。この θ_{max} が、式(5)に示す転倒傾斜角 $\theta_u = \tan^{-1}(S/2L)$ を越えると杭打機は転倒する。それゆえ、転倒しないためには下記の条件が必要になる。

$$\theta_{max} < \theta_u, \text{ すなわち, } (1 + \alpha)\theta_c < \tan^{-1}\left(\frac{S}{2L}\right) \quad (17)$$

ここに S は履帯間隔、 L は杭打機の重心の高さであり、次式で求められる。

$$L = \frac{\left(M_1 + \frac{1}{2}mh\right)h + M_0\ell}{M_1 + mh + M_0} = \frac{T}{P} \quad (18)$$

$$P = (M_1 + mh + M_0)g$$

上式は、最初の分数式の分母分子に重力加速度 g を掛けて考えると、各部重量の1次モーメントの合計 T を、この第2式で定義される総重量 P で除したものである。なお、この P は静解析での式(1)で使われる P と同じものである。ここで、本題から少し離れるが、静解析と動解析での関係について述べておく。この式(18)を用いると、式(8)で定義した T は、 $T = PL$ と書かれる。また、式(4)で使われた P/P_{cr} は、 P_{cr} の定義式(3)を用いると

$$\frac{P}{P_{cr}} = \frac{P}{K_s/L} = \frac{PL}{K_s} = \frac{T}{K_s} = \alpha \quad (19)$$

となるので、これは式(10)で定義した α そのものと一致する。ただし、静解析での θ は動解析の θ_c に相当することと、動解析の方では三角関数に関し線形近似を用いたこと、荷重偏芯距離 e をゼロと置いたことに注意されたい。

3.4 $\omega_0 \neq 0$ の場合

杭打機が風に煽られる、あるいは、走行中の揺動によりゼロでない初期角速度 ω_0 が生じた場合を考察する。このときは、式(12)そのものの最大値を求めなければならない。そのためこの式に含まれる2個の三角関数 $\sin$ 、 $\cos$ を合成すると、

$$\begin{aligned} \theta(t) &= \sqrt{(\theta_0 - \theta_c)^2 + (\omega_0/\omega)^2} \sin(\omega t + \delta) + \theta_c, \\ \delta &= \tan^{-1}\left(\frac{\theta_0 - \theta_c}{\omega_0/\omega}\right) \end{aligned} \quad (20)$$

と書ける。ここに、 δ をこの第2式で定義する。これから、この場合の最大値 θ_{max} は、 $\sin(\omega t + \delta) = 1$ のときで、その値は次式で与えられる。

$$\theta_{max} = \sqrt{(\theta_0 - \theta_c)^2 + (\omega_0/\omega)^2} + \theta_c \quad (21)$$

以上の結果から、杭打機が転倒しないためには、この最大値 θ_{max} が転倒傾斜角 θ_u より小さく、

$$\sqrt{(\theta_0 - \theta_c)^2 + (\omega_0/\omega)^2} + \theta_c < \theta_u \quad (22)$$

という条件が得られる。当然ながら、この条件は、 ω_0 が入った分だけ、式(17)よりもきつい条件になっている。

3.5 $\theta > \theta_u$ の場合

杭打機の傾斜角 θ が転倒傾斜角 θ_u を越えたときは、当然のことながら杭打機は転倒するが、どのように転倒するかを検討してみる。このときは、図3(c)に示すように、回転軸が履帯の左端に移るので、方程式を作るには、履帯部分も考慮するが必要がでてくる。いままで、この部分の全長を S としてきたが、以下では数式簡素化のため、この半分の長さを小文字の s とし、

$$s = S/2 \quad (23)$$

としておく。このとき、杭打機の傾斜角 θ が満たす方程式は、式(6)に替わって、

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} = U(\theta) \quad (24)$$

となる。ここに、慣性モーメント I 、および、右辺の転倒モーメント $U(\theta)$ は、式(7)(8)に替わって、

$$I = M_0(\ell^2 + s^2) + M_1(h^2 + s^2) + mh\left(\frac{1}{3}h^2 + s^2\right) \quad (25)$$

$$U(\theta) = (M_0 + M_1 + mh)g(L \sin \theta - s \cos \theta) \quad (26)$$

と定義される．ここに、 g は重力加速度、 L は式(18)で定義した杭打機の重心の高さである．以下ではこの杭打機の傾斜角 θ のうち転倒傾斜角 θ_u を越えて傾いた分の角度を ϕ として、

$$\theta = \theta_u + \phi \quad (27)$$

と置くことにする．また、この ϕ は十分に小さいものとして、線形近似、 $\sin \phi \approx \phi$ 、 $\cos \phi \approx 1$ と置けるものと仮定する．このとき、式(26)で定義した U は ϕ の関数となり、三角関数の加法公式を用いて、

$$U(\phi) = (M_0 + M_1 + mh)g \quad (28)$$

$$[(L \cos \theta_u + s \sin \theta_u)\phi + (L \sin \theta_u - s \cos \theta_u)]$$

となる．ここで、図 3 (b) から導かれるように、

$$\sin \theta_u = \frac{s}{\sqrt{L^2 + s^2}}, \quad \cos \theta_u = \frac{L}{\sqrt{L^2 + s^2}} \quad (29)$$

と表わされることを用いると、式(28)大括弧中の定数項は消えて、

$$U(\phi) = T\phi \quad (30)$$

となる．ここに、定数 T を、式(8)の T に替わって、

$$T = (M_0 + M_1 + mh)g\sqrt{L^2 + s^2} \quad (31)$$

と定義した．

以上の結果から、 θ の方程式(24)は、 ϕ の方程式

$$I \frac{d^2 \phi}{dt^2} = T\phi \quad (32)$$

に変換される．

この方程式の初期条件

$$t=0 \text{ のとき } \phi=0 \quad (33)$$

を満たす解は

$$\phi(t) = C \sinh(\omega' t), \quad \omega' = \sqrt{T/I} \quad (34)$$

と求められる．ここに、 C は任意定数、角振動数 ω' はこの第 2 式で定義する．定数 C を決めるには初速度を与えなければならない．ここでは、 θ が θ_u より小さいときの解として前々節で求めた式(15)を採用することにする．この θ が θ_u に達するときは

$$\cos(\omega t) = \frac{\theta_u - \theta_c}{\theta_0 - \theta_c} \quad (35)$$

となり、また、同じ式(15)から、このときの角速度 $d\theta/dt$ を求めると、

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega(\theta_c - \theta_0) \sin(\omega t) \quad (36)$$

となる．これら 2 本の式から時間 t を消去すると、

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega \sqrt{(2\theta_c - \theta_0 - \theta_u)(\theta_u - \theta_0)} \quad (37)$$

となるので、この角速度がそのまま ϕ の初期角速度に引き継がれるものとする．すなわち、式(34)の $\phi(t)$ に対し、初期条件

$$t=0 \text{ のとき } \frac{d\phi}{dt} = \omega \sqrt{(2\theta_c - \theta_0 - \theta_u)(\theta_u - \theta_0)} \quad (38)$$

を付けると未定定数 C が決まり、最終的な解は

$$\phi(t) = \frac{\omega}{\omega'} \sqrt{(2\theta_c - \theta_0 - \theta_u)(\theta_u - \theta_0)} \sinh(\omega' t) \quad (39)$$

と求められる．この $\phi(t)$ は時間と共に指数関数的に増大し、杭打機が倒壊することを意味する．

なおここで、式(25)で定義した慣性モーメント I 、および、式(31)の転倒モーメント T は、履帯間隔の長さ s をゼロとしたとき、式(7)、(8)の I 、 T と一致することを注意しておく．

4. 動解析の結果と考察

4.1 杭打機の諸元

前節で導いた動解析による計算例を示すために、まず対象とする杭打機の諸元を設定する．杭打機は総重量 $P=980$ kN とし、図 8 示した 3 つの各部分（下部機体、ブームおよび上部錘）の重量と長さ等を表 1 に示すように仮定する．杭打機全体の重心位置 L は 3 部分の重量内訳によって異なり、 $L=3.37$ m および 6.18 m の 2 種類とする．それに応じて履帯間隔 $S=2.6$ m に対する転倒傾斜角 θ_u が式(5)により求められ、 $\theta_u=0.368$ rad (21.1 度) および 0.207 rad (11.9 度) となる．また、回転ばね剛性を $K_s=4,000$ kNm, $7,000$ kNm および $10,000$ kNm の 3 種類とする．これらの設定の下に、動解析の計算結果を以降に示す．

4.2 動解析の計算例

ここでは、第 3.3 節の初期角速度 $\omega_0=0$ の場合について数値解析を行う．表 1 に示した杭打機の諸元と前節で述べた動解析の式(15)に基づき、数値計算した結果を表 2 にまとめて示す．なお、表 2 においてはすべて質量を基に算定されるため、表

表1 杭打機の諸元

	全体重心： $L=3.37$ m, $\theta_u=0.37$			全体重心： $L=6.18$ m, $\theta_u=0.21$						
	① $\theta_0=0.01$	② $\theta_0=0.05$	③ $\theta_0=0.1$	④ $\theta_0=0.05$	⑤ $\theta_0=0.02$	⑥ $\theta_0=0.05$	⑦ $\theta_0=0.1$	⑧ $\theta_0=0.02$	⑨ $\theta_0=0.05$	⑩ $\theta_0=0.1$
回転剛性： K_s (kNm)	4000	4000	4000	4000	7000	7000	7000	10000	10000	10000
全体重量： P (kN)	980	980	980	980	980	980	980	980	980	980
下部機体重量： M_{og} (kN)	850	850	850	800	800	800	800	800	800	800
重心高さ： ℓ (m)	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
ブーム重量： mg (kN/m)	5	5	5	10	10	10	10	10	10	10
長さ： h (m)	20	20	20	27	27	27	27	27	27	27
上部錘重量： M_{ig} (kN)	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
全体重心： L (m)	3.37	3.37	3.37	6.18	6.18	6.18	6.18	6.18	6.18	6.18
座屈荷重： P_{cr} (kN)	1,188	1,188	1,188	647	1,133	1,133	1,133	1,618	1,618	1,618
$P/P_{cr}(=\alpha)$	0.825	0.825	0.825	—	0.865	0.865	0.865	0.606	0.606	0.606
履帯中心間隔： S (m)	2.6	2.6	2.6	2.6	2.6	2.6	2.6	2.6	2.6	2.6
転倒傾斜角： θ_u	0.368	0.368	0.368	0.207	0.207	0.207	0.207	0.207	0.207	0.207

注) $g=9.8$ m/sec²

表2 動解析結果

単位換算	全体重心： $L=3.37$, $\theta_u=0.37$			全体重心： $L=6.18$ m, $\theta_u=0.21$						
1 N=1 kgm/sec ² 1 kN=1000 kgm/sec ² 1 kNm=1000 kgm ² /sec ²	① $\theta_0=0.01$	② $\theta_0=0.05$	③ $\theta_0=0.1$	④ $\theta_0=0.05$	⑤ $\theta_0=0.02$	⑥ $\theta_0=0.05$	⑦ $\theta_0=0.1$	⑧ $\theta_0=0.02$	⑨ $\theta_0=0.05$	⑩ $\theta_0=0.1$
回転剛性： $K_s \times 10^3$ (kgm ² /sec ²)	4000	4000	4000	4000	7000	7000	7000	10000	10000	10000
下部機体質量： $M_o \times 10^3$ (kg)	86.7	86.7	86.7	81.6	81.6	81.6	81.6	81.6	81.6	81.6
作用高さ： ℓ (m)	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
ブーム質量： $m \times 10^3$ (kg/m)	0.51	0.51	0.51	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02
長さ： h (m)	20	20	20	27	27	27	27	27	27	27
上部錘質量： $M_i \times 10^3$ (kg)	3.06	3.06	3.06	3.06	3.06	3.06	3.06	3.06	3.06	3.06
慣性力モーメント： $I \times 10^3$ (kgm ²)	2,931	2,931	2,931	9,253	9,253	9,253	9,253	9,253	9,253	9,253
転倒モーメント： $T \times 10^3$ (kgm ² /sec ²)	3,299	3,299	3,299	6,053	6,053	6,053	6,053	6,053	6,053	6,053
初期傾斜： θ_0	0.01	0.05	0.1	0.05	0.02	0.05	0.10	0.02	0.05	0.10
$\theta_c = \theta_0 / (1 - T/K_s)$	0.0570	0.285	0.570	-0.0974	0.148	0.369	0.739	0.0507	0.127	0.253
$\alpha = 1 - \theta_0/\theta_c (= T/K_s)$	0.825	0.825	0.825	1.513	0.865	0.865	0.865	0.605	0.605	0.605
$\omega = \sqrt{(K_s - T)/I}$ (1/sec)	0.489	0.489	0.489	—	0.320	0.320	0.320	0.653	0.653	0.653
$\theta(t) = (\theta_0 - \theta_c) \cos \omega t + \theta_c$	$\theta(t) = -0.0470 \cos(0.489t) + 0.0570$	$\theta(t) = -0.235 \cos(0.489t) + 0.285$	$\theta(t) = -0.470 \cos(0.489t) + 0.570$	$T > K_s$ (転倒)	$\theta(t) = -0.128 \cos(0.320t) + 0.148$	$\theta(t) = -0.319 \cos(0.320t) + 0.369$	$\theta(t) = -0.639 \cos(0.320t) + 0.739$	$\theta(t) = -0.0307 \cos(0.653t) + 0.0507$	$\theta(t) = -0.0767 \cos(0.653t) + 0.127$	$\theta(t) = -0.153 \cos(0.653t) + 0.253$
最大傾斜角： $\omega_0=0$ $\theta_{max}=2\theta_c - \theta_0$	0.104	0.521	1.04		0.276	0.689	1.38	0.081	0.203	0.407
最大傾斜角： $\omega_0=0.05$ θ_{max}	0.170	0.542	1.052		0.350	0.725	1.397	0.133	0.235	0.425
最大傾斜角： $\omega_0=0.1$ θ_{max}	0.267	0.597	1.083		0.485	0.816	1.450	0.207	0.298	0.470

1 とは単位の異なることに留意されたい。変位傾斜角 $\theta(t)$ の結果を、それぞれ表2の①、②、③について図9に、⑤、⑥、⑦について図10に、および⑧、⑨、⑩について図11に示す。以下、各ケースの結果について考察する。

4.3 解析結果の考察

(1) $K_s=4,000 \times 10^3$ (kgm²/sec²)、 $L=3.36$ m (表2の①、②、③)の解析結果

表2のケース①、②および③について、式(15)から得られた変位傾斜角 $\theta(t)$ を図9に示す。図9

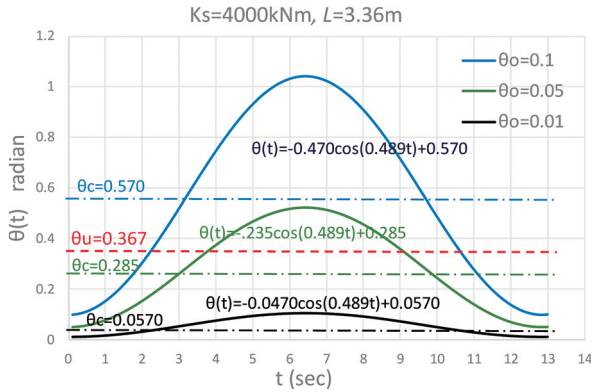


図9 動解析①, ②, ③の結果

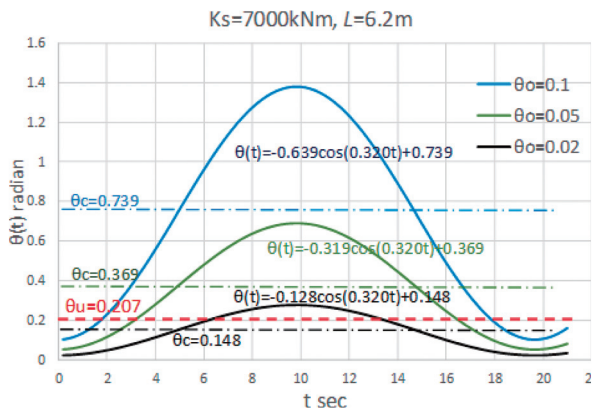


図10 動解析⑤, ⑥, ⑦の結果

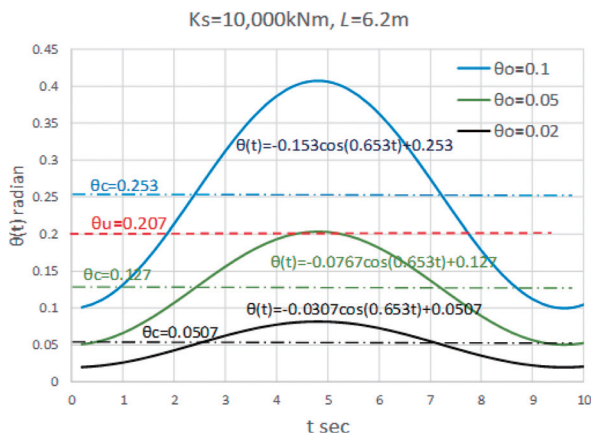


図11 動解析⑧, ⑨, ⑩の結果

は, $K_s=4,000 \times 10^3$ (kgm²/sec²), 全体重心位置 $L=3.36$ m, $\theta_u=0.368$ rad および $\alpha=0.825$ の条件下で, 初期傾斜角 $\theta_0=0.01, 0.05, 0.1$ と変化させた場合である. ここで, 式(19) $\alpha=T/K_s=P/P_{cr}$ より, この解析条件は一部の初期傾斜角を除き前述の静解析の図2と同じである¹¹⁾. これらの $\theta(t)$ 曲線は, 減衰を無視しているため一定の振幅をもつ自由振動の現象を表している.

図9には, 振動の1サイクルの約13秒間の変

位傾斜角が示されている. 図中の θ_c は式(13)で定義される振動の中心であり, 杭打機の傾斜角はこれを挟んで振動する. 同図をみると, 初期傾斜角が大きいかほど変位傾斜角が大きくなることが分かる.

図9によれば, 初期傾斜角 $\theta_0=0.01$ を除いて, その他の場合は最大傾斜角 θ_{max} が転倒傾斜角 θ_u を越えることになる. そうなると, 線形と仮定した回転ばね剛性 K_s による復元力は減少し, 杭打機は転倒に向かう. その転倒傾斜角を越えるまでの時間は数秒以内と短く, 転倒傾斜角を越えると変位傾斜角は図9には示されていないが, 後述するように急速に増大する.

(2) $K_s=7,000 \times 10^3$ (kgm²/sec²), $L=6.18$ m (表2の⑤, ⑥, ⑦)の解析結果

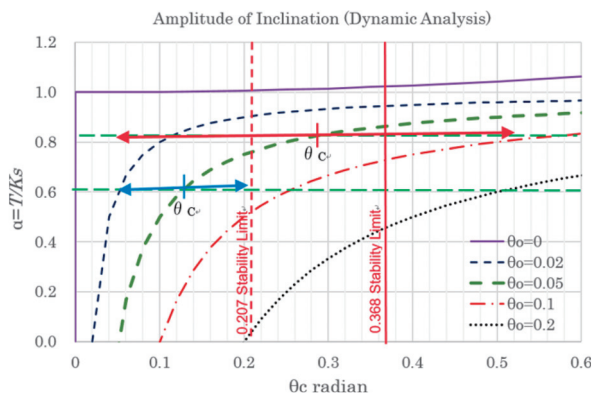
表2に示されるケース⑤, ⑥および⑦の解析結果を図10に示す. これは, $K_s=7,000 \times 10^3$ (kgm²/sec²), 全体重心位置 $L=6.18$ m, $\theta_u=0.207$ rad および $\alpha(=P/P_{cr})=0.865$ の条件下で, 初期傾斜角 $\theta_0=0.02, 0.05, 0.1$ と変化させた場合の結果である. この計算例では, 図9に比べ全体重心の位置が6.18 mと高くなっているため, 転倒傾斜角 θ_u が小さくなっている. そのことから, いずれの初期傾斜角のケースでも $\theta_{max} > \theta_u$ となっており, 杭打機は転倒に至ると考えられる. また, 角速度が小さいため1サイクルの周期が約20秒と図9の例よりも長くなっている. 特に, 初期傾斜角が小さい場合の転倒はゆっくりとした過程をたどることが分かる.

(3) $K_s=10,000 \times 10^3$ (kgm²/sec²), $L=6.18$ m (表2の⑧, ⑨, ⑩)の解析結果

図11は, 表2に示されるケース⑧, ⑨および⑩の解析結果である. これは, $K_s=10,000 \times 10^3$ (kgm²/sec²), 全体重心位置 $L=6.18$ m, $\theta_u=0.207$ rad および $\alpha(=P/P_{cr})=0.606$ の条件下で, 初期傾斜角 $\theta_0=0.02, 0.05, 0.1$ と変化させた場合の結果である. 図10に比べ回転ばね剛性が大きいために角速度が大きくなり, 振動周期が短くなっている. また, 傾斜角振幅と最大傾斜角は小さくなり, 転倒しにくくなっている.

(4) 初期角速度等の影響

初期角速度 ω_0 の影響をみるために, 3.4節の初期角速度がある場合に基づいて検討する. 初期角速度 $\omega_0=0.05$ および 0.1 について解析した結果が, 表2の下端に示されている. それをみると, 初期各速度の最大傾斜角への影響は初期傾斜角が

図12 振動幅（ケース②⑨， $\omega_0=0$ ）

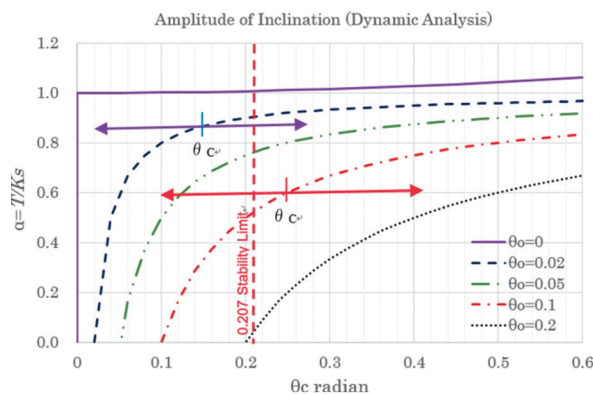
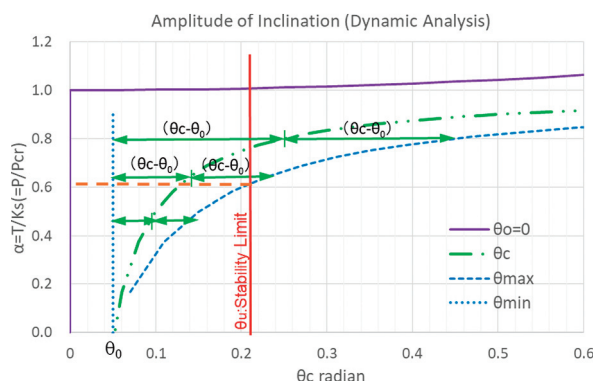
小さいほど大きく、大雑把に言うと初期傾斜角 $\theta_0=0.02$ では約2倍、0.1では約10%増程度である。総体的には、初期傾斜角に比べて初期角速度の影響は大きくないといえる。

また、ここでの検討では減衰力を考慮に入れていないが、もし減衰力を考慮すれば図9～11の結果は、その大きさに応じて全体的に変位傾斜角曲線 $\theta(t)$ の高さが低くなる。

5. 転倒挙動の考察

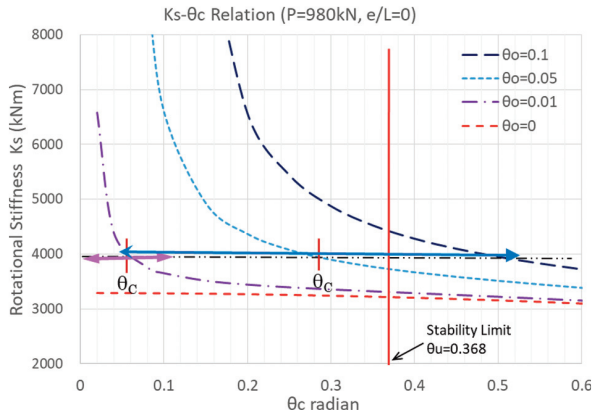
ここでは、初期角速度 $\omega_0=0$ の場合の傾斜角式(15)に基づいて転倒挙動を検討する。最初に、初期傾斜角 $\theta(t=0)=\theta_0$ を初期条件として考える。式(15)をみると、変位傾斜角 $\theta(t)$ は θ_c を中心に片振幅 $(\theta_0-\theta_c)$ で振動することが分かる。図12に $\alpha-\theta_c$ 曲線を示し、図中に表2のケース②と⑨の振幅を示す。縦軸は $\alpha=P/P_{cr}$ であることから同図は図2と同じになるが、動解析での横軸は振動の中心 θ_c であることに留意されたい。この θ_c は、杭打機の重量 $\alpha(=P/P_{cr})$ との交点から求められる。例えば、表2のケース② $\theta_c=0.285$ および⑨ $\theta_c=0.127$ は、図12の $\alpha=0.825$ （赤線）および0.605（青線）上の θ_c 値に一致していることが分かる。

静解析では、傾斜はつり合い点 θ_c に達すると停止するとみなした。しかし、動解析においては、変位傾斜角は静的なつり合い点 θ_c 点では止まらず、慣性力でさらに増加する。図12の例では、ケース⑨（青線）は振動の最大値 θ_{max} は転倒傾斜角 $\theta_u=0.207$ 内に収まっているが、ケース②（赤線）は静解析ではつり合い点 θ_c は $\theta_u=0.368$ を越えない安定であったが、動解析では θ_{max} が θ_u を越えて転倒することが分かる。次に、図13に同

図13 振動幅（ケース⑤⑩， $\omega_0=0$ ）図14 振動幅（ $\alpha-\theta_c$ 曲線， $\omega_0=0$ ）

様な結果をケース⑤および⑩について示す。ケース⑤（紫線）は静解析では安定であるが動解析では転倒し、ケース⑩（赤線）は両解析ともに転倒する。

図14は $\theta_0=0.05$ の場合について、 θ_{max} と θ_{min} の振動幅を示したものである。前述のように、減衰力を無視していることから、振動幅は θ_c を挟んで左右同じになっている。また、振動の始点 θ_{min} は θ_0 に一致している。これらの図12～14から、 $\alpha(=P/P_{cr})$ が大きくなるほど振動の幅が大きくなり、より転倒の危険度が増すことは明らかである。それと同時に、図12, 13から初期傾斜角の影響により、初期傾斜角が大きくなると振動幅も大きくなることが分かる。3.3節の式(17)に、この場合の転倒しないための条件が示されているが、これを書き換えると $\alpha < \theta_u/\theta_c - 1$ となる。これは、すなわち図14において $\alpha(=P/P_{cr})$ が θ_{max} と θ_u の交点を越えないことを意味している。一方、弾性座屈荷重式 $(3)P_{cr}=K_s/L$ から分かるように、 K_s が小さくなる（軟弱地盤）か重心高さ L が大きくなると P_{cr} が小さくなり、杭打機の重量 P が同じでも α が大きくなって、杭打機の転倒事故は

図 15 振動幅 ($K_s-\theta_c$ 曲線, $\omega_0=0$)

起こりやすくなる。

図 15 に、同様の振動幅を $K_s-\theta$ 曲線上に、初期傾斜角 $\theta_0=0.01$ （ケース①）、および 0.05（ケース②）について示す。これを見ると、初期傾斜角 $\theta_0=0.05$ の場合は 0.01 に比べて振幅は非常に大きくなり、転倒傾斜角を越えている。このように、動解析では静解析よりも初期傾斜角の影響がさらに大きくなることが分かる。また、回転ばね剛性 K_s の影響も非常に大きく、転倒に対する抵抗力は範囲によっては指数関数的に低下していくことに注意を要する。

以上のように、動解析によれば θ_c を越えても慣性力によって変位傾斜角の増大は続き、転倒しやすくなることは理解されよう。なお、ここでは減衰力を無視したため実際には最大傾斜角 θ_{max} は小さくなること、また転倒傾斜角を越えると式 (6) の運動方程式が成り立たなくなること留意されたい。これに関しては、後にさらに説明する。

次に、2.3 節で示したつり合い移行型の転倒メカニズムについて考える。杭打機やクレーンの転倒事故原因は、軟弱地盤に移動したり吊り荷が大きくなったりしたことが多い。そのときの静解析による荷重-変位傾斜角関係は図 4 に示されている。動解析の場合、このつり合い移行型の例は図 16 に示すようになる。同図において、つり合い状態の点 A から不つり合い点 B' に移動したとすると再びつり合い点 C' に向かうことになる。このとき、動解析では点 B' における傾斜角を初期条件にとり $\theta(t=0)=\theta_{B'}$ とするのが適切であると考えられる。すなわち、式 (15) において初期傾斜角 $\theta_0=\theta_{B'}$ として変位を求めると、静解析の場合 C' で留まった変位傾斜角は、動解析では慣性力によってさらに先の D' まで進むことになる。そし

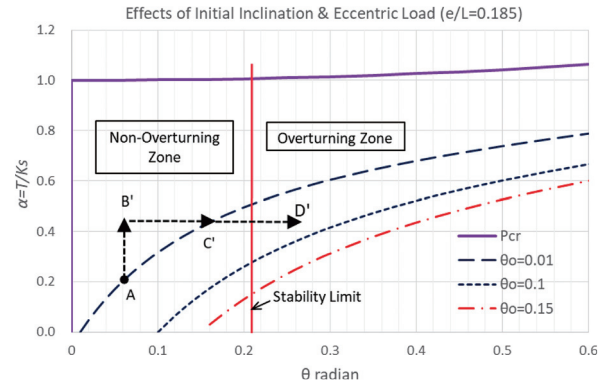


図 16 つり合い移行型の転倒（動解析）

て、 $B'C'$ 間の変位量 ($\theta_{B'}-\theta_c$) を片振幅とする自由振動となる。ここでは、明らかに転倒の危険性は増す。特に、転倒限界角近辺では少しでも不つり合いが生じると転倒に至る恐れがある。

6. 転倒傾斜角を越えた後の挙動

3.5 節に、転倒傾斜角を越えた場合の動解析が示されている。そこで導かれた式 (39) にしたがって、先の各数値計算例についての動解析結果を表 3 に示す。表 1 および 2 で示したように、最大傾斜角 θ_{max} が転倒傾斜角 θ_u を越えない場合（ケース①、⑧、⑨）はここでの検討対象にならない。また、ケース④は $P > P_{cr}$ であり、除外する。

図 17 に、表 3 の動解析結果②および③について転倒傾斜角を越えた後の挙動をプロットする。この解析結果から、転倒傾斜角を越えると杭打機の傾斜は急激に大きくなることが分かる。ケース②は、初期傾斜角が $\theta_0=0.05$ と小さく振動の中心角 θ_c が転倒傾斜角 θ_u よりも小さい場合であり、慣性力により θ_c を越えて θ_u に達した後の挙動を示している。この場合は、転倒に至るまでの時間が比較的緩やかである。一方、ケース③の場合は初期傾斜角が $\theta_0=0.1$ と大きいため θ_c が θ_u よりも大きく、短い時間で転倒する。同図に示すように、両解析結果ともに転倒傾斜角に達した後は指数関数的に傾斜角が増大し、転倒する。

この状態では、杭打機は図 2 (c) に示す不安定状態にあるため、3.5 節の解析では復元力が消失しているとし、また転倒回転の中心は杭打機履帯の中間から先端に移るとしており、ここに至るまでの傾斜角の挙動とモードが変わっていることに注意されたい。

表3 転倒傾斜角後の挙動 ($\phi(t)$)

		①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
		$\theta_0=0.01$	$\theta_0=0.05$	$\theta_0=0.1$	$\theta_0=0.05$	$\theta_0=0.02$	$\theta_0=0.05$	$\theta_0=0.1$	$\theta_0=0.02$	$\theta_0=0.05$	$\theta_0=0.1$
		全体重心: $L=3.37$, $\theta_u=0.37$			全体重心: $L=6.18$ m, $\theta_u=0.21$						
$T \times 10^3 (\text{kgm}^2/\text{sec}^2)$		3536	3536	3536	6942	6942	6942	6942	6942	6942	6942
$I \times 10^3 (\text{kgm}^2)$		3100	3100	3100	9439	9439	9439	9439	9439	9439	9439
ω'		1.068	1.068	1.068	0.858	0.858	0.858	0.858	0.858	0.858	0.858
ω/ω'		0.458	0.458	0.458	—	0.373	0.373	0.373	0.762	0.762	0.762
$\phi(t)$ t(sec)	t=0.1	$\theta_{max} < \theta_u$	0.011	0.021	$\theta_{max} < \theta_u$	0.004	0.009	0.011	$\theta_{max} < \theta_u$	$\theta_{max} < \theta_u$	0.010
	t=0.5		0.056	0.109		0.019	0.045	0.058			0.049
	t=1		0.129	0.249		0.041	0.099	0.128			0.108
	t=2		0.421	0.812		0.114	0.276	0.355			0.299
	t=3		1.240	2.391		0.275	0.668	0.860			0.725
	t=4		3.612	6.968		0.652	1.583	2.038			1.718
	t=5		10.512	20.279		1.538	3.736	4.808			4.053

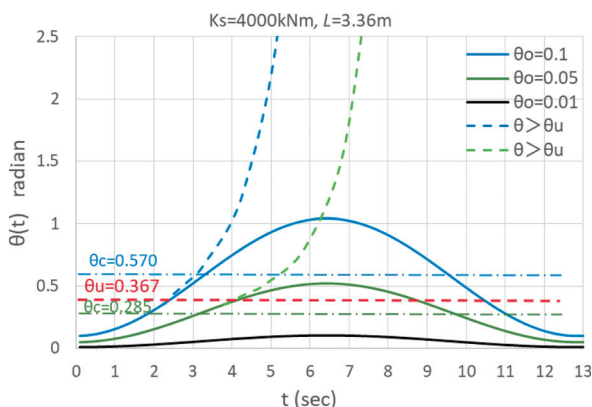


図17 転倒傾斜角を越えた後の挙動（動解析②，③）

7. あとがき

柱の長さは、構造不安定の典型例である長柱座屈（弾性座屈）では重要な要素であり、材料の強度がより主体となる短柱（弾塑性座屈）においても大きな影響がある。この点において、杭打機等の転倒問題は短柱の安定問題に類似しているといえる。杭打機の重心高さは、柱の長さに相当すると考えられ、転倒モーメントと地盤の強度だけではなく重要な役割を果たす。例えば、高所作業車において転倒モーメントが同じでも、アームを上へ伸ばすだけで転倒に至る可能性がある。また、傾斜がなくてもより軟弱な地盤に移動するだけで転倒する可能性が増す。このように、重心の高い機械類は単に転倒傾斜角 θ_u が小さくなるだけではなく $\alpha = P/P_{cr}$ が大きくなって転倒しやすく、高さの影響を転倒安定の安全評価に考慮する必要がある。

過去の研究において、軟弱地盤の転倒問題はつ

り合い移行型の転倒メカニズムを考慮しなければならないことが著者らによって指摘された^{7~14)}。そこでは、転倒モーメントが抵抗モーメントより小さくても転倒する可能性があることを静解析によって示されている。本論文は、そのつり合い移行型の転倒メカニズムをこれまでの静解析から一歩進めて動解析により検討したものである。動解析では、運動方程式を導くとともにその解を示し、それを用いた具体的な数値計算例により転倒挙動を考察した。そして、静解析から動解析へ進めることによって、転倒の可能性がさらに増大することを理論的に示した。

数多く発生している杭打機、クレーン、ジャッキ、高所作業車等の転倒事故を避けるために、今後高さの要素を考慮に入れた安全基準を検討する必要があると考えられる。本論文がそのための一助となれば、幸甚である。

追記：なお、本論文の内容は参考文献に示した英文論文¹⁶⁾とほぼ同じである。

参考文献

- 1) 日経コンストラクション：建設事故，重大災害70例に学ぶ再発防止策，重機災害，転倒，日経BP，2000.
- 2) 事故100例，事例集，（一般社団法人）全国基礎工事業団体連合会，<http://www.kt.rim.or.jp/~zenkiren/contents/example.html>
- 3) クレーン関連事故・災害事例，（一般社団法人）日本建設機械施工協会，<https://jcmanet.or.jp/bukai-iinkai/kensetsugyou-bukai/saigai-jirei/>
- 4) 堀智仁，玉手聡，末政直見：くい打機の自走実験によ

- る揺れと履帯接地圧力の計測，土木学会論文集 C，Vol. 66 No.2， 342-355， 2010.
- 5) Pile Driving Contractors Association (PDCA). (2017). Pile Driving Safety and Environmental Best Management Practices, September.
- 6) Pile Driving Contractors Association (PDCA). (2021). Working Platforms Recommended Industry Practices.
- 7) 當麻庄司：移動式クレーン等の転倒事故原因に関する一考察，平成 13 年度土木学会北海道支部論文報告集 第 58 号，pp.62-65， 2002.
- 8) 當麻庄司：ジャッキや杭打機の転倒事故原因について一構造安定問題の観点から一，平成 28 年度土木学会全国大会年次学術講演会概要集，I-525， 2016.
- 9) 當麻庄司：ジャッキ等の転倒事故の素因について，令和 3 年度土木学会全国大会年次学術講演会概要集，I-52， 2021.
- 10) 當麻庄司：ジャッキの転倒による橋桁落下事故の原因分析，災害事例分析，安全工学会誌，Vol.60， No.5， pp.384-390 (2021).
- 11) 當麻庄司：杭打機の軟弱地盤における転倒メカニズムの解析，工学研究，第 22 号，北海学園大学工学研究科，2022 年 9 月.
- 12) 當麻庄司，星野淳一：TDAPⅢによる杭打機等の転倒安定の検討，北海学園大学工学部研究報告，第 50 号，2023 年 1 月.
- 13) Toma S. and Chen W. F.: Overturning Mechanisms of Jacks, Cranes and Pile Driving Machines, Structural Engineering International (SEI), Taylor & Francis Online, URL:<https://doi.org/10.1080/10168664.2022.2074339>, July 29, 2022.
- 14) Toma S. and Chen W. F.: Some Aspects of Overturning Mechanisms of Pile Driving Machine on Soft Foundation, American Journal of Civil Engineering, 2022; 10(6): pp. 225-232, Some Aspects of Overturning Mechanisms of Pile Driving Machine on Soft Foundation :: Science Publishing Group, doi:10.11648/j.ajce.20221006.13, December 28, 2022.
- 15) Chen W.F. and Lui E. M.: Structural Stability, Theory and Implementation, Chapter 1 General Principles, Elsevier, 1987.
- 16) Toma S., Seto K. and Chen W. F.: Dynamic Analysis for Overturning of Pile Driving Machine, etc. on Soft Ground, Transactions on Engineering and Computer Sciences-Vol. 11, No.2, pp. 61-81, April 25, 2023, URL: <http://doi.org/10.14738/tecs.112.14452>.