HOKUGA 北海学園学術情報リポジトリ

学校法人北海学園
北 海 学 園 大 学
北 海 商 科 大 学

タイトル	異方性フラクタルスペックルの生成
著者	魚住，純；UOZUMI，Jun；中澤，孝；NAKAZAWA，Takashi
引用	北海学園大学工学部研究報告(49)：63-76
発行日	2022-01-14

Hokkai-Gakuen Organization of Knowledge Ubiquitous through Gaining Archives.

異方性フラクタルスペックルの生成

魚　住　　　純*・中　澤　　　孝**

Generation of Anisotropic Fractal Speckle

Jun UOZUMI* and Takashi NAKAZAWA**

Abstract

It is known that fractal speckle patterns are observed in the Fraunhofer diffraction region of an optically rough surface when the surface is illuminated by coherent light with an intensity profile of a power function having a power in a certain range. Speckles generated in this way have isotropic fractality in the observation plane perpendicular to the optical axis. To investigate the possibility of generating fractal speckles with anisotropy, illumination by an anisotropic power function, in which its power is a functon of the direction, is examined. As a natural anisotropy, elliptical shapes for the power are assumed and speckle patterns are generated by means of the computer simulation in the Fraunhofer region. In the simulation, the power D_x in the x direction is fixed to 1.5, while the power D_y in the y direction is varied from 1.0 to 3.0.

As a result, it was found that anisotropic fractality is actually observed in the generated speckles, and a coupling effect between x and y directions was also found. Namely, regardless of the fixed illumination power in the x direction, the power of the intensity correlation of the speckle intensity in the x direction varies due to the varying D_y. Similarly, regardless of the widely varying power of the illumination in the y direction, the power of the intensity correlation in the y direction stays in a rather narrow range due to the fixed D_x.

* 北海学園大学工学部電子情報工学科
* Department of Electronics and Information Engineering, Faculty of Engineering, Hokkai–Gakuen University
** 北海学園大学工学部電子情報工学科（現在：株式会社ツルハ）
** Department of Electronics and Information Engineering, Faculty of Engineering, Hokkai–Gakuen University（Present : Tsuruha Co. Ltd.）

1 はじめに

スペックルは，光学的粗面物体等により散乱されたコヒーレント光が，その後の様々な場において干渉することにより生じるランダムな干渉縞である[1]．スペックルの統計的性質は，それを生成する散乱物体の特性や入射光波および途中の光波伝搬に関わる光学的条件に依存しており，そのことを利用して，スペックルによる散乱物体の性質や光学的特性のさまざまな計測法が開発されている[2]．一例として，スペックルの空間的強度分布の相関関数を利用することにより，散乱物体の空間移動を計測するスペックル相関法がある．スペックル相関法では，強度相関関数が，その測定限界を規定する．スペックル応用計測の可能性を広げる視点から，Uozumiらは，光軸方向に極めて長い相関を持つ非回折性スペックル[3]や，べき則に従う相関を持つフラクタルスペックル[4,5]など，特異な強度相関を持つスペックルについて検討を行っている．

フラクタルスペックルは，極めて長い尾を有するべき関数を強度相関に持つもので，その相関の減衰特性はフラクタル次元によって表される．フラクタルスペックルについては，これまで詳細な研究が行われており[4−14]，その中で，回折場の光軸に垂直な面内のフラクタル次元と光軸方向のフラクタル次元が異なることが明らかになっている[12]．このことは，回折場のフラクタルスペックルには，面内と軸方向との間に異方性が存在することを意味している．一方，通常のフラクタルスペックルは，光軸に垂直な面内においては，フラクタル性は等方的である．では，その観測面内に空間的な異方性を導入することは可能であろうかという疑問が生ずる．本研究は，計算機シミュレーションを用いて，光軸に垂直な面内に空間的異方性を有するスペックルの生成が可能であることを示すとともに，その特性を明らかにすることを目的としている．

2 フラクタルスペックルの理論的背景

フラクタル次元Dのランダムな体積フラクタルにコヒーレント光を照射すると，その遠方場，すなわちフラウンホーファー回折場にはスペックルが生じ，その平均強度は，

$$I(\boldsymbol{q}) \propto q^{-D} \tag{1}$$

のべき関数となる[15]．ただし，$\boldsymbol{q}$は，この回折場の光軸からの位置ベクトルであり，qはその大きさ，すなわち光軸からの距離である．このスペックル場に通常の散乱粗面，たとえばスリガラスを置くと，そのフラウンホーファー回折場にもスペックルが生ずる．これは，２重の散乱によって生じる，いわゆるスペックルドスペックル，あるいは２重散乱スペックルと呼ばれる現象であり，そのスペックルの強度相関関数$\mu(r)$が

$$\mu(r)=\frac{\langle I(r')I(r'+r)\rangle-\langle I(r')\rangle\langle I(r'+r)\rangle}{\langle I(r')\rangle\langle I(r'+r)\rangle}\propto\begin{cases} r^{2(D-2)} & ;\ 1<D<2 \\ (\log r)^2 & ;\ \quad D=2 \\ \quad 1 & ;\ 2<D<3 \end{cases} \qquad (2)$$

となることが理論的に示されている[4]．

一般に，質量などの非負の物理量Mが空間的に分布しているとき，その自己相関関数がべき関数

$$C(\boldsymbol{\chi})=\langle M(\boldsymbol{x})M(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{\chi})\rangle\propto\chi^{-\alpha} \qquad (3)$$

であるならば，この物理量の空間分布はフラクタルであり，観測領域のユークリッド次元をdとして，

$$\alpha=d-D \qquad (4)$$

の関係があるとき，Dがこの物理量のフラクタル次元であることが知られている[16]．光強度も非負の物理量であるから，式（３），（４）の関係が適用できる．もちろん，２次元平面内の質量分布や強度分布を考える場合は，$d=2$であり，式（３）の自己相関関数$C(\boldsymbol{\chi})\propto\chi^{D-d}$の$d$次元フーリエ変換，すなわちパワースペクトルは，そのフーリエ空間の座標を$\boldsymbol{q}$とすると，式（１）に一致する．フラウンホーファー回折場の強度分布である式（１）は，回折を生じる物体のパワースペクトルに比例するから，これは当然の帰結である．

したがって，式（２）より，$1<D<2$において強度相関関数$\mu(r)$はべき関数となり，そのスペックルはフラクタル性を有することが分かる．このとき，このスペックルのフラクタル次元をD_Sで表すと，式（４）より$2(D-2)=D_S-d$の関係が得られ，$d=2$においては，

$$D_S=2D-2 \qquad (5)$$

となる．すなわち，最初に散乱を起こすフラクタル物体の次元が$1<D<2$の範囲にあるとき，生じるフラクタルスペックルの次元は，$0<D_S<2$となることが分かる．

式（２）の理論式は，２重散乱スペックル現象に基づいた理論解析により導出されたものであり，実験的[5]にも検証されている．しかし，フラクタルスペックル生成の本質は，式（１）の強度分布を持つコヒーレント光により散乱面が照射されることである．そのことは，計算機シミュレーションにおいても確認されており[14]，そのような照射光を空間光変調器により生成することで，高輝度のフラクタルスペックルが生成できることも明らかとなっている[6]．

3　異方性フラクタルスペックルの生成

２節で述べたスペックルは，観測面内において等方的なフラクタル性を有している．この節

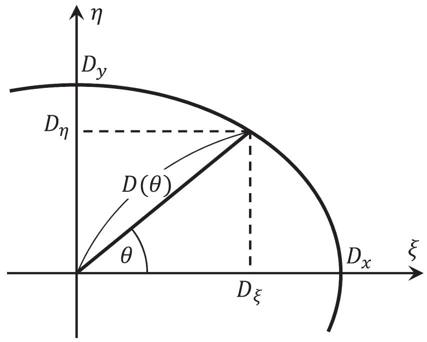


図 1　楕円状の異方性照射べき指数$D(\theta)$

では，そこに異方性を導入する方法を説明する．

等方性のフラクタルスペックルを生成する式（1）のべき関数に異方性を導入することを考える．そのため，極座標$\boldsymbol{q}=(q,\theta)$において，べきの指数の絶対値$D$を角度$\theta$の関数$D(\theta)$とする．このとき，原点からの距離を$D(\theta)$とする点の軌跡は，等方性照射光では角度に依存しない円を描く．これに対し，異方性べき指数$D(\theta)$の軌跡は，円からの逸脱を見せるはずであるが，その最も自然な関数形として，楕円を考える．したがって，**図 1** を参照して，$\boldsymbol{q}$の直交座標表示を(ξ,η)とし，点$(D(\theta),\theta)$のξ,η軸上の値を，それぞれ，$D(0)=D_x$，$D(\pi/2)=D_y$とし，点$(D(\theta),\theta)$のξ,η成分を

$$D_\xi=D(\theta)\cos\theta,\qquad D_\eta=D(\theta)\sin\theta \tag{6}$$

と置くと，楕円の式は，

$$\left(\frac{D_\xi}{D_x}\right)^2+\left(\frac{D_\eta}{D_y}\right)^2=\left[\frac{D(\theta)\cos\theta}{D_x}\right]^2+\left[\frac{D(\theta)\sin\theta}{D_y}\right]^2=1 \tag{7}$$

で表される．これより，

$$D(\theta)=\left(\frac{\cos^2\theta}{D_x^2}+\frac{\sin^2\theta}{D_y^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \tag{8}$$

を得る．したがって，式（1）の代わりに，式（8）の異方性べき指数を持つ照射光強度

$$I(\boldsymbol{q})\propto q^{-D(\theta)} \tag{9}$$

を用いることにより，生成されるフラクタルスペックルに異方性が導入されることが期待される．

4　シミュレーション

4.1　等方性べき則照射によるスペックル

異方性を考えるうえでの基準となる等方性フラクタルスペックルのシミュレーションについて述べる[14)]．シミュレーションの計算には，MATLABを用いた．

光学的に十分粗い散乱粗面に相当するものとして，位相が$(0, 2\pi)$の区間で一様分布するランダムな位相スクリーンを用いた．観測面は粗面のフラウンホーファー回折面を仮定して，粗面直後の複素振幅のフーリエ変換により，観測面の複素振幅を算出した．ただし，照射光にはコヒーレントな複素振幅を仮定するため，式（1）の強度に対応する複素振幅を用いるが，べき関数の原点における発散を避けるための近似[4)]を照射複素振幅$A(q)$に適用し，

$$A(\boldsymbol{q}) = \left[1 + \left(\frac{q}{R}\right)^2\right]^{-\frac{D}{4}} \tag{10}$$

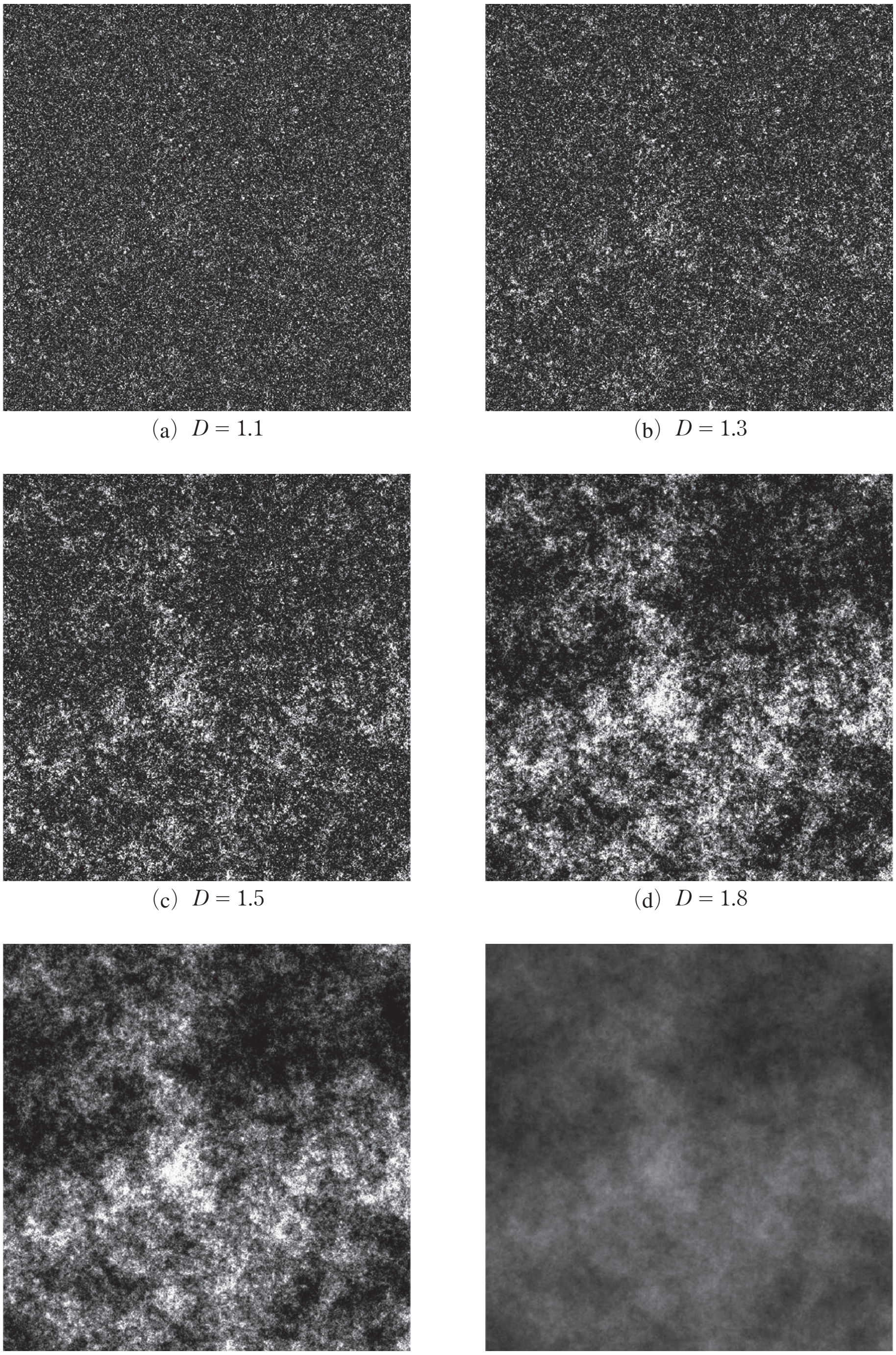
を用いて行った．ここで，Rは，原点近傍の近似の度合いを決める定数であり，本シミュレーションでは，距離qの単位を画素とするため，1画素よりも十分小さい距離である$R = 0.1$を用いた．このとき，式（10）は，実質的には，原点以外ではべき関数を表し，原点では，$A = 1$とすることに相当している．

図2に，シミュレーションにより生成した$D =$（a）1.1，（b）1.3，（c）1.5，（d）1.8，（e）2.0，（f）2.5の場合のスペックルを示す．式（2）と（5）から分かるように，$D < 2$の条件を満たす（a）−（d）はフラクタルスペックルとなっており，そのフラクタル次元は，$D_S =$（a）0.2，（b）0.6，（c）1.0，（d）1.6である．実際，Dが大きくなるに従って，生成されるスペックルは，光強度のクラスタ化が強まり，フラクタル次元が高まる様相を呈している．$D = 2.0$の（e）は，（d）と比べて細部の細かな強度変化が少し鈍くなっており，そのことが，フラクタル性を失い始めていることに対応している．そして，$D = 2.5$の（f）では，強度の変化は大きく鈍化しており，狭い範囲内では強度はほぼ一定とみなされることから，その次元はほぼ2であり，フラクタル性が失われていることがわかる．

これらのスペックルのフラクタル性を確認するため，等方性べき則照射により生成されたスペックル強度の規格化相関関数

$$C_I(r) = \frac{\langle I(r')I(r'+r)\rangle - \langle I(r')\rangle\langle I(r'+r)\rangle}{\sigma_I^2} \tag{11}$$

を算出した．ここで，σ_I^2は強度の分散である．**図3**に，式（10）の照射光複素振幅分布，およ

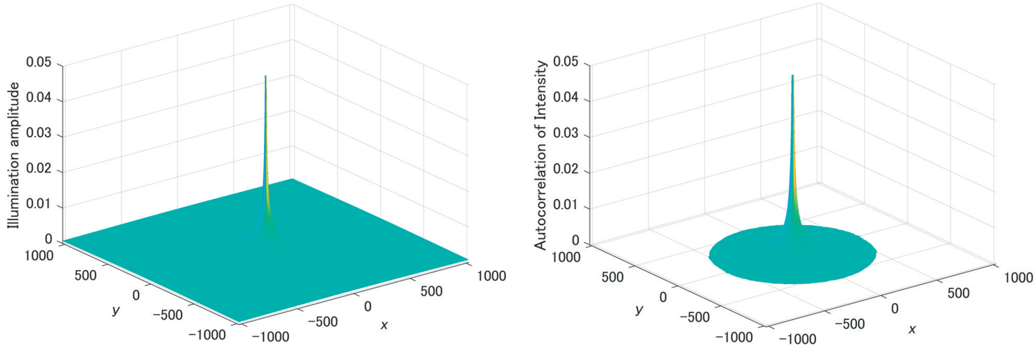


(a) $D = 1.1$ (b) $D = 1.3$

(c) $D = 1.5$ (d) $D = 1.8$

(e) $D = 2.0$ (f) $D = 2.5$

図 2 等方性指数を持つべき関数の強度分布により照射された散乱粗面によりフラウンホーファー領域に生ずるスペックルパターン

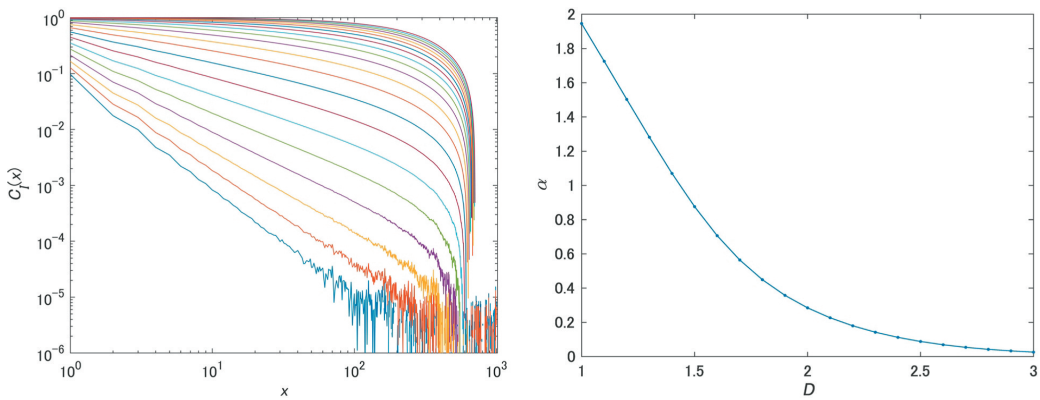


（a）照射光複素振幅分布　（b）スペックル強度相関関数

図 3　等方性べき則照射光の複素振幅分布，および生成されたスペックルの強度相関関数

び式（11）のスペックル強度相関を$D=1.5$の場合に対して３次元プロットとして示した．この図から，定性的には，強度相関関数も等方性のべき関数であることが推察される．このシミュレーションには，2048×2048画素の粗面20000面による平均操作を用いた．

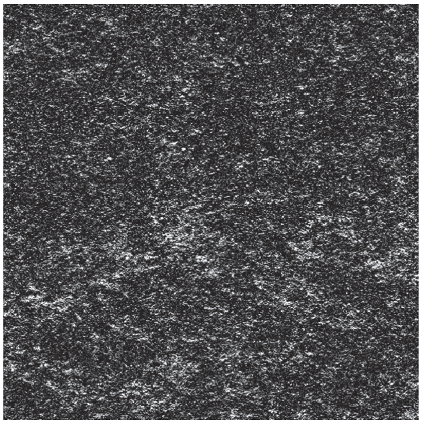
強度相関におけるべき関数としての振る舞いの有無を確認するため，動径方向の強度相関を両対数プロットで示したのが**図 4**（a）である．**図 4**（a）は，$1 \leq D \leq 3$の範囲においてDを0.1ずつ変化させて求めたもので，その曲線は，$D=1.0$から$D=3.0$まで下から上に向けて順に並ぶ結果となっている．特に，$D<2$の領域には直線的に減少する区間が現れており，そのことは，強度相関がべき関数の振る舞いを見せること，したがって，フラクタル的性質を有することを示している．その直線領域の傾斜から，式（３）の指数αを求めた結果を**図 4**（b）に示す．式（２）に従えば，$1<D<2$の区間においては，αは２から０まで直線的に減少し，$2<D<3$の区間においては，$\alpha=0$となるはずである．しかし，この図においては，直線的減少から定数への移行はゆるやかに生じていることが分かる．ただし，特に$D>2$において**図 4**



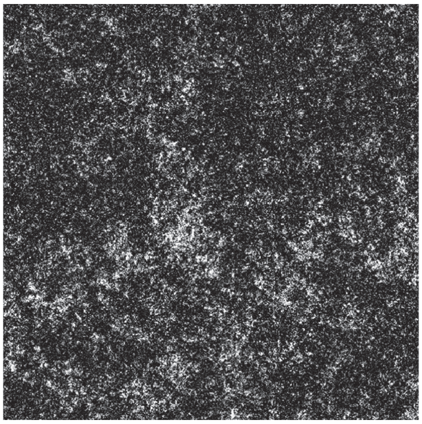
（a）強度相関関数　（b）強度相関のべき指数αのD依存性

図 4　等方性フラクタルスペックルの強度相関関数とそのべき指数のD依存性

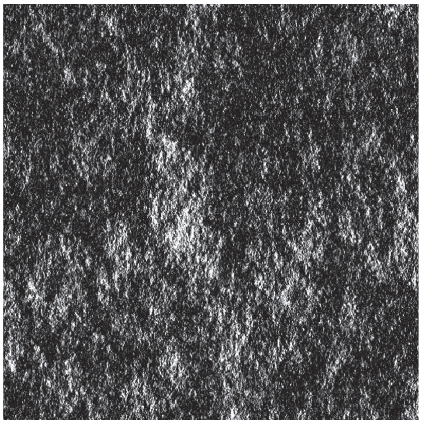
(a) $D_y = 1.1$



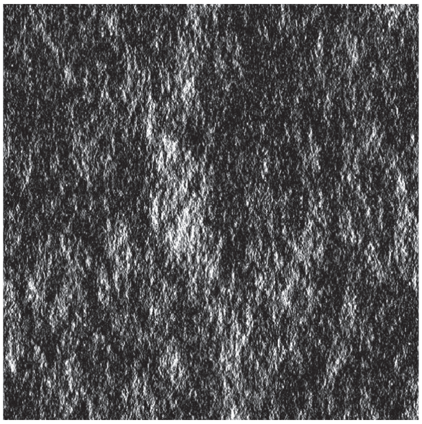
(b) $D_y = 1.3$



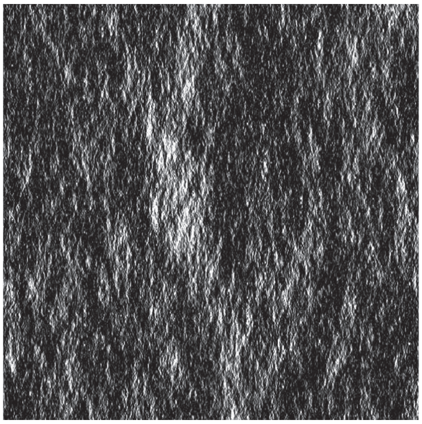
(c) $D_y = 1.5$



(d) $D_y = 1.8$



(e) $D_y = 2.0$



(f) $D_y = 2.5$

図 5　$D_x = 1.5$，$1.1 \leq D_y \leq 2.5$の異方性指数を持つべき関数の強度分布により照射された散乱粗面によりフラウンホーファー領域に生ずるスペックルパターン

(a) の曲線はゆるやかな曲率を持つ減少傾向を見せており，それが直線の傾きを多めに見積もらせている可能性があることにも注意を要する．

4.2　異方性べき則照射によるスペックル

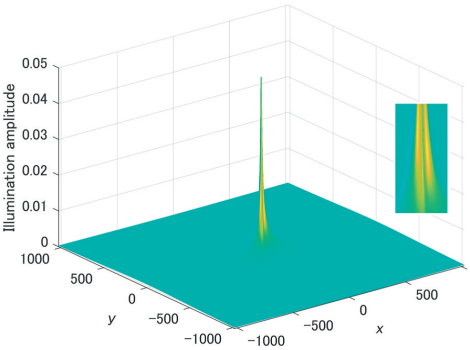
異方性照射によるスペックルのシミュレーションには，等方性照射の場合と実質的に同様の方法を用いた．ただし，照射光には異方性照射強度である式（9）に対応する複素振幅を用いるが，べき関数の原点における発散を避けるため，式（10）と同様の近似式

$$A(\boldsymbol{q})=\left[1+\left(\frac{q}{R}\right)^2\right]^{-\frac{D(\theta)}{4}} \tag{12}$$

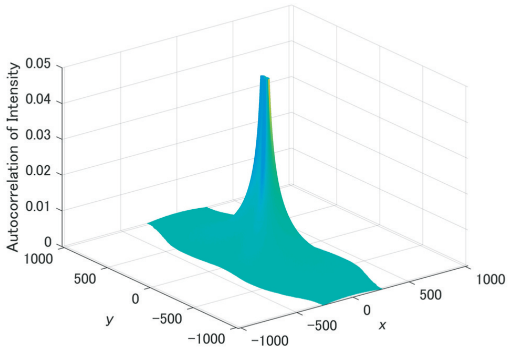
を用いた．ここで，$D(\theta)$は式（8）で与えられる．

異方性べき則照射光によるスペックルの例として，D_xを1.5に固定し，D_yを (a) 1.1，(b) 1.3，(c) 1.5，(d) 1.8，(e) 2.0，(f) 2.5と変化させた場合にフラウンホーファー領域に生成されるスペックルを**図 5** に示した．この照射条件によるスペックルの際立つ特徴は，$D_y<D_x$である (a) と (b) においては，x方向には一定のクラスタを形成しつつも，y方向のクラスタ化が弱く，y方向に縮められたようなパターンが生じていること，また，$D_y>D_x$である (d)，(e)，(f) においては，逆にx方向に比べてy方向のクラスタが大きくなり，y方向に延ばされたようなパターンが生じていることである．これは，明らかにフラクタル性に異方性が生じていることを示している．さらに驚くことは，**図 2** においてはフラクタルを生じない$D_y\geq 2$のケースである (e) および (f) においても，細部の微細な強度変化が失われておらず，フラクタル性が保たれているように見える点である．

図 6 は，等方性照射に対する**図 3** と同様に，異方性べき則照射複素振幅分布，および生成されたスペックル強度分布の自己相関関数を 3 次元プロットしたものである．ただし，



(a) 異方性べき則照射光強度分布

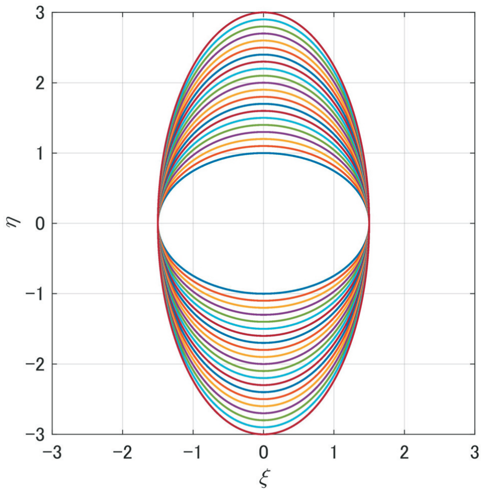


(b) スペックル強度相関関数

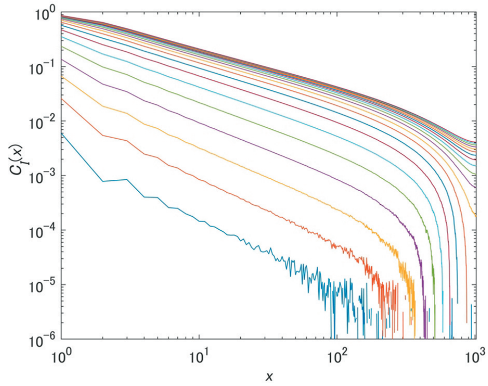
図 6　異方性べき則照射光の複素振幅分布，および生成されたスペックルの強度相関関数

$D_x=1.5$，$D_y=2.0$の場合を示している．**図 6** が**図 3** と異なる点は，（a）ではy軸方向において，また（b）ではx軸方向において，縦方向に凹状のくびれが現れていることである．**図 6**（a）には，当該部分の拡大図を図中に表示した．これは，照射光複素振幅においては，$D_y>D_x$であるためx方向に比べてy方向に減衰が大きいこと，また強度相関においては，それとは逆に，y方向に比べてx方向の減衰が大きくなっているためであり，これらの関数の異方性を示す特徴である．

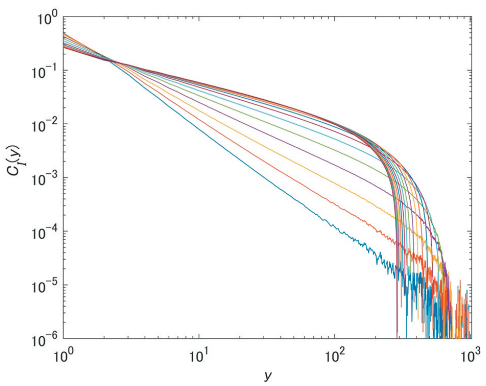
このように，異方性のある自己相関関数が実際にべき関数であるかどうかを確認するため，またそれによって，**図 5** に示すスペックルのフラクタル性を確認するため，$D_x=1.5$を固定とし，D_yを$1.0\leq D_y\leq 3.0$の間で0.1ずつ増加させた場合について，規格化自己相関関数の両対数表示を求めた結果を**図 7** に示す．**図 7**（a）は，式（７）が表す$(D(\theta),\theta)$の楕円であり，最内



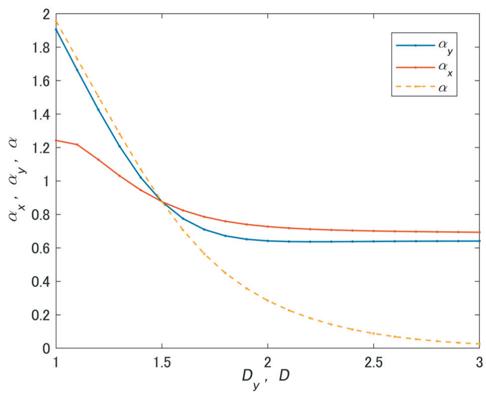
（a）べき則照射光の異方性楕円



（b）x方向の強度相関関数



（c）y方向の強度相関関数



（d）強度相関のべき指数α_x，α_yおよびα

図 7　異方性べき則照射の異方性楕円，スペックル強度相関関数，およびそのべき指数のD_y依存性

側が$D_y = 1.0$の場合，最外側が$D_y = 3.0$の場合である．設定された区間において，正しく楕円状の指数$D(\theta)$が生成されていることが分かる．**図 7**（b）および（c）が，x方向とy方向についての強度相関関数を求めた結果である．この図のシミュレーションにも，2048×2048画素の粗面20000面に渡る統計平均を用いている．この図から分かるように，強度の自己相関関数は，x方向とy方向の間に大きな振る舞いの違いが認められる．一方で，両者はいずれも，一定の区間内で直線的な減少を見せており，その区間内ではべき関数として振る舞うことが確認できる．したがって，その区間内におけるスペックルのフラクタル性も確認される．x方向とy方向の特徴の主要な違いは，その減少直線の傾きである．そこで，そのxおよびy方向の傾斜をそれぞれα_x，α_yと置き，**図 7**（b）および（c）より求めた結果を**図 7**（d）に示す．この図には，比較のため，**図 4**（b）の等方性スペックルにおけるαも併せて表示した．

図 7（d）を見ると，$D_y = 1.5$においてα_x，α_y，αの曲線は１点で交差している．これは，この点では$D_y = D_x = 1.5$であり，**図 4** における$D = 1.5$の場合と同じ等方性条件になるためである．この点のαの値は，理論式（２）によれば1.0であるが，シミュレーションによる**図 4**（b）では0.88である．この点の前後において，α_xとα_yは特異な振る舞いを見せている．すなわち，スペックルの形成において，異方性のべき則照射光が，x方向とy方向において互いに独立に作用するのであれば，x方向の傾斜は$\alpha_x = 0.88$の固定値となり，y方向の傾斜は，**図 4**（b）と同じ振る舞いを示すはずである．しかし，実際のα_xの値を見ると，$D_y < 1.5$においては$\alpha_x > 0.88$，$D_y > 1.5$においては$\alpha_x < 0.88$となっている．また，α_yは，$D_y < 1.5$においてはわずかに$\alpha_y < \alpha$であり，$D_y > 1.5$においては大きく$\alpha_y > \alpha$のずれを見せている．これは，α_x，α_yが，それぞれD_x，D_yだけで決まるのではなく，互いにD_y，D_xの影響を強く受けていること，すなわち，x方向とy方向の間に強い結合特性があることを示している．

この結合特性の要因は，定性的には次のように説明できる．すなわち，観測面の任意の１点におけるスペックルの形成には，フラウンホーファー回折のフーリエ変換特性により，散乱粗面全体の複素振幅が関与しており，したがって，その１方向の相関特性には，異方性照射光中のそれと直交する方向を含むすべての方向のべき関数的振る舞いが寄与するためである．すなわち，観測面の各点には，異なるべき指数を持つべき関数の照射振幅が寄与している．それにも関わらず，生成されるスペックル強度分布は，最終的にべき関数状の強度分布を持ち，フラクタル性を保つという興味深い現象が確認された．

また，この結合特性のため，等方性べき則照射ではスペックルがフラクタル性を失う$D_y \geq 2.0$においても，$\alpha_y > 0.6$となり，**図 5** に示したように，スペックルはフラクタル性を失っていない．また，$D_y \geq 2.0$においては，α_xおよびα_yの値が大きく変化しないことから，**図 5**（e）および（f）のスペックルがほぼ同じパターンを維持している理由が説明される．

図 7（d）のα_x，α_y，αの振る舞いを式（４）に従って，それぞれに対応するスペックルのフ

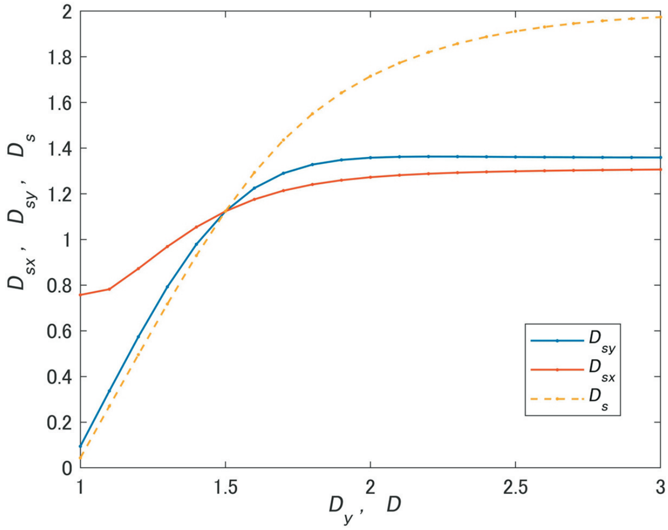


図 8　スペックルのフラクタル次元D_{sx}，D_{sy}のD_yに対する変化，およびD_sのDに対する変化

ラクタル次元D_{sx}，D_{sy}，D_sに変換した結果を**図 8** に示す．この図から，等方性の次元D_sは，Dが1.0から3.0に増加するに従って，0.04からほぼ直線的に増加し，Dが 2 に近づくにつれて，増加率が減少し，さらにDが 3 に向かうに従い，2 に漸近する振る舞いを見せることが分かる．一方，今回のシミュレーションに用いた異方性の設定条件においては，D_{sx}は，D_yが1.0から増加するに従い，$0.76(\alpha_x = 1.24)$からゆっくりと増加し，$D_y = 1.5$における$D_{sx} = 1.12(\alpha_x = 0.88)$を経て，増加率は低下し，$D_y > 2$においては，$D_{sx} = 1.31(\alpha_x = 0.69)$に漸近する．また，$D_{sy}$は，$D_y = 1.0$における$0.09(\alpha_y = 1.91)$から増加し，$D_y = 1.5$における$D_{sy} = 0.88$を経た後は，$D_{sx}$よりやや大きい値を保って定値に近づき，$D_y$が 2 を超えると$D_{sy} = 1.36(\alpha_y = 0.64)$に漸近している．ただし，これらのべき指数およびフラクタル次元の値は，**図 7**（b）および（c）からの傾斜の導出に伴う誤差を含んでおり，それによる精度の制約を受けていることに注意したい．

5　おわりに

フラクタル的性質を持つスペックルにおいて，そのフラクタル特性が異方性を伴う状況を生成することが可能であるかを調べるため，散乱粗面へのコヒーレントなべき則照射光に異方性を付与するシミュレーションを行った．べき則照射光のべき指数Dを極座標における角度θに依存する関数$D(\theta)$とし，等方性を表す円形から異方性への移行として最も自然と思われる楕円を描く関数を導入した．その中で，楕円のx軸方向の長さを$2D_x$，y軸方向の長さを$2D_y$とし，D_xを1.5に固定，D_yを$1.0 < D_y < 3.0$の区間で変化させた場合についてシミュレーションを行った．散乱粗面として光学的に十分に粗い位相スクリーンを想定し，$D(\theta)$を指数とするコ

ヒーレントなべき則照射光によってフラウンホーファー領域に生じるスペックルをフーリエ変換により生成し，その強度パターンおよび強度自己相関関数を算出した．

その結果，$D_x = D_y = 1.5$の等方的な場合を除いて，スペックル強度分布には定性的に異方性のフラクタル性が確認された．すなわち，$D_y < D_x = 1.5$においては，y方向に圧縮されたようなパターンが，また$D_y > D_x = 1.5$においては，y方向に伸長したようなパターンが観測された．また等方性のべき則照射においてはフラクタル性を失うことが知られている$D_y \geq 2.0$の状況においても，$D_x = 1.5$の異方性の条件下では，フラクタル性が保たれていることが示唆された．

これらの特徴を定量的に確認するため，スペックル強度の自己相関関数を算出し，xおよびy方向に対する両対数表示を行った．その結果，これら直交する２方向のいずれにおいても，両対数表示に直線的な減衰が認められ，これにより両方向におけるフラクタル性が確認された．一方で，その減衰の仕方は大きく異なり，フラクタル次元が異なることが示された．減衰直線の傾斜からべき則の指数を求めた結果，D_xを1.5に固定しているにもかかわらず，x方向のべき指数α_xは，変化するD_yの影響を受けて，D_yの増加とともに減少すること，一方，D_yは1.0から3.0へと大きく変化させているにも関わらず，y方向のべき指数α_yは，固定されたD_xの影響を受けて，その変化の範囲が狭くなることが確認された．すなわち，異方性のべき則照射によって生じるフラクタルスペックルは，xおよびy方向のフラクタル次元が，各々の方向に対して直交する方向の照射光べき指数の影響を強く受ける，一種の結合特性を示すことが明らかとなった．

本研究におけるスペックルの強度相関のべき指数，およびフラクタル次元の推定値は，未だ精度が十分とはいえない．今後は，その精度を向上させることに加え，xおよびy以外の方向における相関関数の振る舞いとフラクタル性について調べる必要がある．さらに，この現象の理論解析と実験的検証も求められる．また，異方性を有するフラクタルスペックルが全体としてどのようなフラクタル次元を持つかも興味深い検討課題である．

本研究は，学部４年生の卒業研究プログラムと連携して進めてきた．このテーマを担当した岩澤大輔，遠藤元太，岩﨑良太の各君の熱心な協力に謝意を表する．

参考文献

１）J. C. Dainty (ed.) : *Laser Speckle and Related Phenomena, Second Enlarged Edition,* (Springer, Berlin, 1984).

２）R. K. Erf (ed.) : *Speckle Metrology,* (Academic, New York, 1978).

３）M. Ibrahim et al. : Longitudinal correlation properties of speckles produced by ring−slit illumination, *Optical Review,* **5**(3), pp. 129−137 (1998).

４）K. Uno et al. : Correlation properties of speckles produced by diffractal−illuminated diffusers, *Opt. Commun*., **124** (1, 2), pp. 16−22 (1996).

5) J. Uozumi et al. : Fractal speckles, *Opt. Commun*., **156**(4–6), pp. 350–358 (1998).
6) H. Funamizu and J. Uozumi : Generation of fractal speckles by means of a spatial light modulator, *Opt. Express*, **15**(12), pp. 7415–7422 (2007).
7) J. Uozumi : Phase singularity distribution of fractal speckles, *Proc. 2nd Internat. Conf. Optics and Laser Applications (ICOLA'07)*, Yogyakarta, Indonesia, pp. 16–20 (2007).
8) H. Funamizu and J. Uozumi : Multifractal analysis of speckle intensities procuced by power–law illumination of diffusers, *J. Modern Opt*., **54**(10–12), pp. 1511–1528 (2007).
9) H. Funamizu and J. Uozumi : Scaling reduction of the contrast of fractal speckles detected with a finite aperture, *Opt. Commun*., **281**(4), pp. 543–549 (2008).
10) E. Miyasaka and J. Uozumi : Generation of fractal speckles in image plane and their application to the measurement of displacement, *Engineering Research (Bull. Grad. Sch. Eng., Hokkai–Gakuen Univ.)*, No. 12, pp. 13–23 (2012).
11) M. Ibrahim and J. Uozumi : Three–dimensional correlation properties of speckles produced by diffractal–illuminated diffusers, *Asian J. Phys*., **27**(9–12), pp. 457–466 (2018).
12) K. Tsujino and J. Uozumi : Correlation properties of fractal speckles in the Fresnel diffraction region, *Asian J. Phys*., **27**(9–12), pp. 515–528 (2018).
13) H. Funamizu and J. Uozumi : Statistics of derivatives of intensity and phase of fractal speckles, *Asian J. Phys*., **27**(9–12), pp. 563–571 (2018).
14) J. Uozumi : Properties of computer–simulated fractal speckle, *Engineerig Research (Bull. Grad. Sch. Eng., Hokkai–Gakuen Univ.)*, No.21 (2021) , in press.
15) J. Feder : *Fractals* (Plenum, New York, 1988), p. 37.
16) 高安秀樹：フラクタル，（朝倉書店，1986），p.21.