

タイトル	問題の難易を基準にした一桁ひき算の教授学習過程： 繰り返し下がらない問題
著者	後藤，聡；GOTO，So
引用	北海学園大学学園論集(166)：17-32
発行日	2015-12-25

問題の難易を基準にした一桁ひき算の教授学習過程

—— 繰り下がりが無い問題 ——

後 藤 聡

I. はじめに

ひき算研究の歴史は約1世紀に遡る。被減数が10以下で減数と答が共に9以下の正の整数で構成された繰り下がりのないひき算（以下、一桁ひき算と称する。）について概観すると、Smith (1921) は問題が提示されてから回答するまでの時間（以下、反応時間と称する。）を基準に全ての一桁ひき算問題を序列し、問題の難易水準を3つに想定した。Washburne & Vogel (1928) も難易差により問題の分類を試み、先行研究との比較検討を行っている。これらに先駆者としての功績は認められるものの、反応時間の相対的な大小差のみを基準として単純に序列し、機械的な分類を行っているだけに留まっている。

認知心理学の台頭により一桁ひき算の内的な処理過程に視点が当てられるようになった。Gibb (1956) は計算過程の思考分析を行った。Groen & Poll (1973), Woods, Resnick & Groen (1975) は解答過程モデルを複数想定し、測定した反応時間に適合しているモデルを実験的に分析した。後藤 (1999) は、数表象の構造を明らかにした。西谷 (1989・1990), Fuson (1988), Thornton & Smith (1988), Thornton (1990), 平井 (1992・1993), 後藤 (1993) は、子どもが如何なる計算方略を獲得しているかについて探り、いくつかのストラテジーが存在すること、その使用割合、発達的变化などを明らかにした。例えば、西谷 (1989・1990) は、小学校2年生と成人を対象として一桁ひき算の回答を求め、プロトコル分析により数えだし、数えひき、5を単位とした減加法と減減法、暗記などのストラテジーが存在することを見出した。平井 (1992) は、プロトコル分析によりコンポジット（まとまり）の認識レベルがストラテジーを規定することを見出し、コンポジットのレベルを移行させる指導法を提案している（平井 (1993)）。後藤 (1993) は、一桁ひき算と一桁たし算（被加数と加数が共に一桁の正の整数であるたし算）の反応時間を用い、一時回帰式を当てはめ相関係数を算出して高い正の相関を得たことにより、一桁ひき算が一桁たし算の逆演算として処理された可能性を指摘した。Baroody (1984a・b) では計算方略との関わりで問題の難易が検討されている。Fuson (1984・1986), Fuson & Willis (1988) は何を教授すべきかという観点から計算方略を分析している。しかし、以上の研究では、内的過程の分析が主であり、如何なる教授学習過程が望ましいかについて、分析結果に基づいた教育実践面の提案が

見当たらない。

ところで、最新の学習指導要領が2008年3月15日に告示された。教育課程の枠組みを定める学校教育法施行規則(省令)も改訂された。新しい教育課程と学習指導要領は、2009年度からの移行措置を経て2011年度から全面实施されている。

これに先立ち2008年1月17日に出された中央教育審議会の答申では、学習指導要領の具体的なポイントが7点にまとめられている(吉田(2008))。その1つは「基礎的・基本的な知識・技能の習得」であり、「読み・書き・計算など基礎的・基本的な知識・技能は発達段階に応じて徹底して習得させ、学習の基盤を構築することを重視している。」とされた。これに基づき、新しい小学校学習指導要領第1章総則第1教育課程編成の一般方針の1でも「(前略)基礎的・基本的な知識及び技能を確実に習得させ(後略)」(文部科学省(2008a))と示された。

一方、現行の学習指導要領は教育基本法や学校教育法などの上位法の改正にともなって改訂されたことが特色である。学校教育法第30条2項で「前項の場合においては、生涯にわたり学習する基盤が培われるよう、基礎的な知識及び技能を習得させるとともに、これらを活用して課題を解決するために必要な思考力、判断力、表現力その他の能力をはぐくみ、主体的に学習に取り組む態度を養うことに、特に意を用いなければならない。」と学力および学習指導の在り方が示され、この中に先の事項が含まれている。

これらをうけて、工藤(2008)は、「基礎的・基本的な知識・技術と思考力・判断力・表現力の育成」が今回の改訂における学力観の中心であると指摘している。さらに、指導計画の作成にあたって配慮すべき重要なことの1つを、「基礎的・基本的な知識・技術を確実に習得させるための方策を明確にすること」、例えば「繰り返し指導や個に応じた指導方法が想定される。」とした。

これは積み重ねにより内容が発展していく算数において一層重要視していると考えられる。先の中央教育審議会の答申においても、小学校算数の改善点について「(前略)基礎的・基本的な知識・技術を確実に定着させる(後略)」(中野(2008))と指摘されている。これを受けた形で「基礎的・基本的な知識及び技術」の表現は、総則に加えて小学校学習指導要領第2章第3節算数第1の「目標」、及び第3の「指導計画の作成と内容の取扱い」の1(3)に再度示されている(文部科学省(2008a))。草野(2008)・廣田(2008)はこの点を改善のポイントや基本方針の1つとして取り上げ、さらに「算数・数学の内容の系統性を重視」と述べている。

中野(2008)によれば「算数は系統的な教科」であり、それゆえに「一度つまづいたら中々立ち戻れない」とされる。一方、貝塚(2003)は、「教育課程の研究とは、『学校で何を、いつ、どのような順序で教え、学ぶのか』という問題にかかわる教育学の実践的な研究である」としている。ここでは「系統」を「ある原理・法則によって順序だてた統一のあるもの。」(新村(2008))の意味に解すと、学習指導要領改訂の要点である「基礎的・基本的な知識及び技術を確実に習得」させるため、子どもが「何を、どのような順序で」問題に取り組むかという教授学習過程の研究は、算数こそがより重要となる教科であろう。Gagné(1985)は前提技能の欠如が計算を間違えさ

せると指摘しているが、計算が前提技能を利用した系統性のある操作であるという見解に基づいているからである。

以上の必然性により、筆者は、算数の教授学習過程において子どもが最初に学習する演算である一桁たし算について、難易の違いを配慮した教授学習過程を提案した(後藤(2011))。本研究では、一桁ひき算の計64問を取り上げる。教科書では繰り下がりのある問題が別の単位になっているように、両者は計算方略が異なるため区別して扱う。筆者が明らかにした難易に影響を与える要因を基準とし、その原則に従って子どもに問題を提示できる系統的な教授学習過程を試案する。これにより、先の指摘にあったように、個にとつての難易に応じた指導や同程度の難しさの問題の繰返し指導も可能になる。一桁ひき算を選択した理由は、子どもが一桁たし算の次に学習する演算であり、積み重ねにより学習が展開する性質上、つまづきがその後の学習(わり算の計算など)に悪影響を及ぼす可能性があるため、先決の課題と考えたからである。さらに、その結果に基づいて、現行教科書(2010年検定済)の問題の取り扱い方の是非について、2社を例に考察する。小学校で使用している教科書で難易が配慮されているかを窺うことができる。

II. 方 法

1. 被験者

小学校2年生77名

2. 材料

一桁ひき算問題、計64問を用いた。Parkman(1972)などのように再認課題が用いられた例もある。しかし、本研究では、日常生活での自然な場面に近い再生課題を用いた。

3. 装置

問題の提示、測定時間と回答内容の記録にはパーソナル・コンピュータを使用した。ディスプレイの中央に横68mm×縦22mmの長方形を描き、問題はその中に $[X-Y=]$ の形で水平に提示した。被験者からディスプレイまでは、被験者の見やすい距離(15~50cm)を選択させた。

4. 手続き

実験に先立ち、被験者全員に次の事項を教示した。

- ① この実験はひき算の難しさを調べるために行うこと。
- ② 答えるまでの時間を調べるので答が分かったらすぐに答えること。
- ③ 実験は一人ずつ行うこと。
- ④ 間違っても気にしないで次の問題を行うこと。
- ⑤ 答が分からないときは、「分からない」と言うこと。

⑥ 個人の記録が人に知らされることはないこと。

実験は被験者の所属する学校の隔離された部屋で個別に実施された。実験者（筆者）は被験者を装置の前に座らせてから軽い会話により被験者の緊張を取り除き、その後に実験を実施した。

コンピュータの操作は実験者によって行われた。実験者の合図の後、実験者の操作によりディスプレイ上に問題が提示され、被験者が回答するまで提示されたままであった。コンピュータには、問題が提示されてから実験者が回答するまでの時間を測定させて自動的に記録させた。実験者は、実験に先立ち十分に練習を重ね、習熟してから実験に臨んだ。更に、実験者は被験者の回答内容をキーボードから入力した。解答の正誤に関わらず、数値で回答した場合はその数値を、「分からない」と回答した場合は100を入力した。回答内容は数量分析の対象とはしないため、この方法を選択した。

なお、問題の提示順は被験者ごとにランダムであった。

III. 結 果

難易の指標としては、これまでの研究で反応時間や正答率が用いられてきた。本研究では、Groen & Poll (1973), Woods, Resnick & Groen (1975), 河井・後藤 (1987), 栗山・吉田 (1995), 後藤 (1989・2011) などに従い反応時間を指標とする。なお、先行研究のように、反応時間が小さいと計算手続きが容易であると解釈し、易しい問題とみなす。

全被験者を分析の対象とした。表1は、全64問について、問題別に配列した全被験者の反応時間の平均値である。

被減数別反応時間の平均値を算出して表2, 図1に示した。更に、被減数を要因として一元配置分散分析を行ったところ、要因の効果は有意であった ($F(10,760)=30.207, p<.01$)。多重比較によれば、0と5～10, 1と6～10, 2と6～10, 3と6～10, 4と6～10, 5と7～10, 6と7～9, 7と9, 8と9, 9と10が1%水準, 5と6, 6と10, 8と10が5%水準で有意であった。その結果、0～5より6～10, 0より5, 6より7～10, 7・8より9, 10より8・9の反応時間が大きかった。以上より、被減数の違いによる難易は、8・9と10の関係を除き、概ね被減数が大きいほど問題は難しくなっていく傾向が示された。

減数別反応時間の平均値を算出して表3, 図2に示した。更に、減数を要因として一元配置分散分析を行ったところ、要因の効果は有意であった ($F(10,760)=28.171, p<.01$)。多重比較によれば、0と1～8, 1と2～4・6・7, 2と5・8・9, 3と8・9, 4と6・7・9, 5と6・7・9, 6と8・9, 7と8・9が1%水準, 1と5・9, 2と4・6, 3と4～6, 4と8が5%水準で有意であった。その結果、0より1～8, 1より2～7・9, 2～5より6, 4・5より7, 4・5・8・9より2・3, 8・9より4, 8より6・7, 9より1・5～7の反応時間が大きかった。以上より、減数の違いによる難易は、減数が0, 1の様に小さい, あるいは8, 9の様に大きい問題が易しく, 4, 5の様に中程度の大きさの問題がそれより難しく, 2,

表 1 問題別の平均反応時間・標準偏差 (sec)

問題	反応時間	標準偏差	問題	反応時間	標準偏差
0-0	1.119	0.246	7-4	2.435	1.723
1-0	1.423	0.527	7-5	2.224	1.488
1-1	1.412	0.539	7-6	1.593	0.847
2-0	1.364	0.585	7-7	1.405	0.603
2-1	1.565	0.756	8-0	1.422	1.016
2-2	1.374	0.512	8-1	2.030	1.019
3-0	1.293	0.388	8-2	2.845	2.158
3-1	1.504	0.552	8-3	2.687	4.382
3-2	1.694	0.832	8-4	1.552	0.747
3-3	1.272	0.299	8-5	2.285	1.464
4-0	1.329	0.550	8-6	3.100	2.440
4-1	1.530	0.577	8-7	1.797	1.360
4-2	1.539	0.805	8-8	1.400	0.657
4-3	1.569	0.877	9-0	1.307	0.397
4-4	1.257	0.340	9-1	2.034	0.925
5-0	1.237	0.317	9-2	3.326	2.130
5-1	1.701	1.174	9-3	3.350	2.168
5-2	1.952	1.766	9-4	2.216	2.409
5-3	1.718	1.100	9-5	2.383	1.989
5-4	1.546	0.692	9-6	3.474	2.368
5-5	1.335	0.521	9-7	3.406	2.285
6-0	1.366	0.343	9-8	1.675	0.944
6-1	1.674	0.566	9-9	1.304	0.501
6-2	2.495	1.801	10-1	1.648	0.764
6-3	1.768	1.258	10-2	1.881	0.810
6-4	2.247	1.316	10-3	1.905	0.896
6-5	1.497	0.998	10-4	2.425	1.942
6-6	1.375	0.434	10-5	1.665	1.079
7-0	1.377	0.696	10-6	2.213	1.925
7-1	2.035	0.907	10-7	2.309	1.470
7-2	2.289	1.426	10-8	1.960	1.091
7-3	2.707	1.510	10-9	1.574	0.671

表 2 被減数別の反応時間 (sec)

被減数	反応時間
0	1.119
1	1.417
2	1.434
3	1.441
4	1.445
5	1.581
6	1.774
7	2.008
8	2.124
9	2.447
10	1.953

表 3 減数別の反応時間 (sec)

減数	反応時間
0	1.324
1	1.713
2	2.155
3	2.122
4	1.954
5	1.898
6	2.351
7	2.229
8	1.678
9	1.439

表 4 答別の反応時間 (sec)

答	反応時間
0	1.325
1	1.593
2	2.118
3	2.131
4	2.054
5	1.961
6	2.404
7	2.160
8	1.779
9	1.477

3, 6, 7 の様な中途の大きさの問題は最も難しい傾向が示された。従って、図 2 で反応時間の分布がM字型を形成している。

答別反応時間の平均値を算出して表 4, 図 3 に示した。更に、答を要因として一元配置分散分析

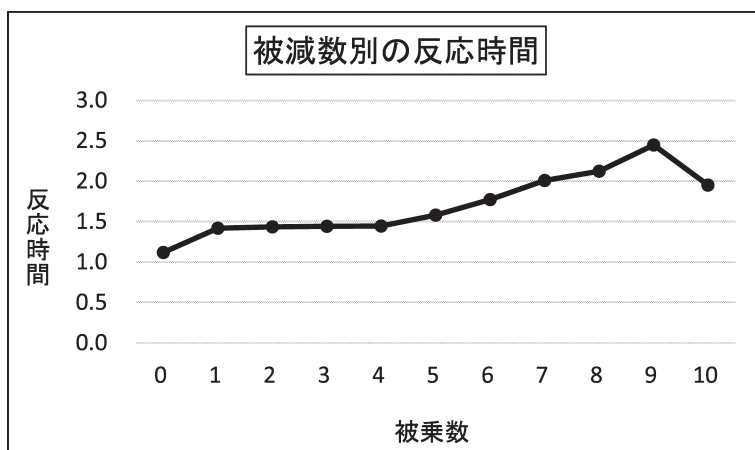


図1 被減数別の反応時間の平均値 (sec)

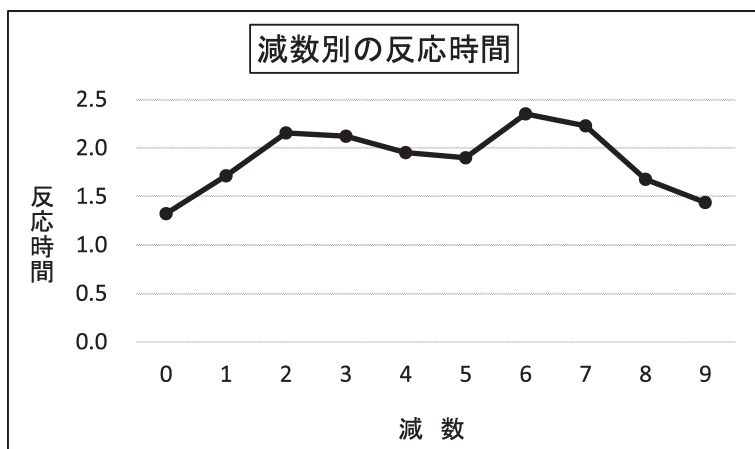


図2 減数別の反応時間の平均値 (sec)

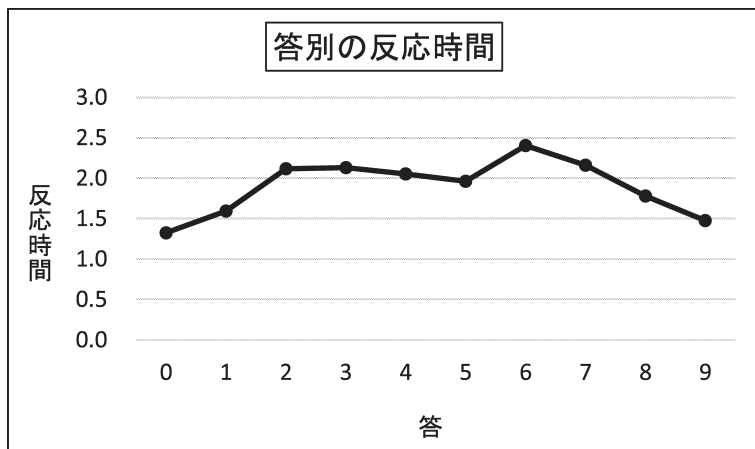


図3 答別の反応時間の平均値 (sec)

を行ったところ、要因の効果は有意であった($F(10,760)=30.565$, $p<.01$)。多重比較によれば、0と1～8、1と2～7、2と6・8・9、3と6・8・9、4と6・9、5と6・9、6と8・9、7と8・9が1%水準、4と8、6と7、8と9が5%水準で有意であった。その結果、0より1～8、1より2～7、2～5・7～9より6、8・9より2～4・7、9より5・8の反応時間が大きかった。以上より、答の違いによる難易は、答が0、1の様に小さい、あるいは8、9の様に大きい問題が易しく、2～5の問題がそれより難しく、6、7の様な中途の大きさの問題は最も難しい傾向が示された。答が2、3の問題以外は減数の場合と同様の傾向であった。従って、図3で反応時間の分布がM字に近い形を成している。

IV. 一桁ひき算の難易

表1～4、図1～3に示した被減数・減数・答別の反応時間の違い、分散分析の結果から一桁ひき算の難易構造を検討すると以下になるよう。

1. 被減数の大きさ

表2、図1、分散分析の結果より、減数、答と異なり、被減数だけは数が大きくなるにつれて反応時間が大きくなり難しくなっていく。ただし、10はやや例外である。繰り下がりが無い問題では、被減数が小さくなるにつれて減数や答の種類が減少し、より小さな減数や答に限定される。従って、小さな数同士のひき算が中心になるため容易になるのであろう。後藤(2011)でも小さな数の一桁たし算は易しくなっている。1から9へ被減数が大きくなると、減数の種類が増加し、より難しい減数や答の問題が含まれることになる。従って、数の操作は複雑になり難しくなると考えられる。

2. 減数が0・1

減数が大きくなるに従った反応時間の顕著な一定傾向は見られなかった。これは、減数については、必ずしも数の大きさが単純に難易へ直結しないことを示している。但し、表3、図2、分散分析の結果から、減数が0、1の小さい数の問題は反応時間が小さく易くなっている。

減数0の反応時間が小さいのは、単に数が小さいことよりもひき算における0の性質を利用して知識の体制化がなされたかもしれない。減数0の問題の答は全て被減数と同じ数であるというまとまった単位として新たな知識構造が構成されており、それが新しい知識として体制化されていると考えられる。被減数が0の問題は、減数0に限られるため同様である。

減数1については、次のように考えられる。Wheeler(1939)、河井・後藤(1987)、後藤(2011)では、一桁たし算の加数の小さい問題の反応時間が小さく、易くなっている。日本数学教育学会(1992)が示す数えだし(被加数を念頭において加数を順にカウントアップして結果を求める方法(例えば、 $3+2=5$ であれば、被加数3に加数2の分を4、5と数える。))を行ったとすれば、

その際のカウント数が少ないからと解釈できる。文部科学省(2008b)では、一桁ひき算が用いられる場合として、求残(はじめにある数量の大きさから、取り去ったり減少したりした時の残りの大きさを求める場合)と求差(二つの数量の差を求める場合)を指定している。何れにおいても、日本数学教育学会(1992)の示す数えひき(被減数を念頭において減数を順にカウントダウンして結果を求める方法(例えば、 $9-2=7$ であれば、被減数9から8, 7と数える。))を行ったとすれば、一桁たし算と同様に解釈できる。その場合、減数1のような小さな数の場合はカウント数が少なく、単純であるため容易な問題になったと考えられる。

3. 答が0・1

答が大きくなるに従った反応時間の顕著な一定傾向は見られなかった。これは、答については、必ずしも数の大きさが単純に難易へ直結しないことを示している。ただし、表4, 図3, 分散分析の結果から、答が0, 1の小さい数の問題は反応時間が小さく易くなっている。

答0の問題は、被減数と減数が同数であり、その特異性とひき算における同数の性質を対応させて知識の体制化がなされたかもしれない。即ち、同数の問題の答は全て0であるというまとまった単位として新たな知識構造が構成されていると思われる。前述したように、一桁たし算では被加数と加数が同数の場合、同数という特異性のみで反応時間は小さいことが明らかになった。一桁ひき算では更に知識の体制化が行われたとすれば、計算が容易であることもうなずけよう。

答1の問題が易くなっている要因を説明するためには、数えひき以外の戦略が存在することを指摘しなければならない。被験者がたし算とひき算の相互関係を理解していれば、たし算方式の数えたしをひき算に適用させることが可能になる。日本数学教育学会(1992)の示す補加法(例えば、 $9-8=1$ であれば減数8を念頭においてから1つカウントアップして被減数9に至り、数えたした分の1を答とする方略である。)である。逆に、 $9-8$ のような減数が大きい場合に数えひきしているとすれば反応時間は大きくなるはずであるから、表3, 図4の結果は矛盾することになる。答が小さい問題は、補加法を用いていけば数えひきよりも反応時間が小さくなる。問題別に難易順を示した表1より、答が1の問題は、被減数や減数の大きさに関わらず一貫して反応時間が小さくなっている。答や減数が0以外の問題については、その性質によって巧みに数えひきと数えたしを使い分けている可能性がある。西谷(1989・1990)の結果や後藤(1993)におけるひき算とたし算の正相関($r=.95$)がそれを裏付けている。

4. 減数が8・9

表3, 図2, 分散分析の結果から、減数が8, 9の大きい数の問題は反応時間が小さく易くなっている。前述に従い減数8, 9の問題を数えひきしているとすれば、カウント数が多いにも関わらず反応時間が小さくなっていることは矛盾する。これは、減数が8の問題は答が0~2, 9の問題は0, 1に限定されるため、前述した答が0, 1と同様の解釈が可能であり、補加法の利用

が考えられる。

5. 答が8・9

表4, 図3, 分散分析の結果から, 答が8, 9の大きい数の問題は反応時間が小さく易くなっている。それは, 答が8の問題は減数が0~2, 9の問題は0, 1に限定されるため, 前述した減数が0, 1と同様の解釈が可能であり, 数えひきの利用が考えられる。

6. 減数・答が5

表3・4, 図2・3, 分散分析の結果から, 減数や答が5の問題はその前後の数の問題と比較して若干反応時間が小さく易くなっている。栗山・吉田(1988)は, 人間の片手の指が5本であるという外的な構造に注目し, 幼児期を対象とした数唱課題から5を特異数と位置付けた。さらに栗山・吉田(1995)は, 一桁たし算においてもそれを適用させて内的な構造への移行を予測している。確かに後藤(2011)において, 外的に依存しない被加数, 加数が5の一桁たし算は容易になっている。本研究でも5という特異数が一桁ひき算を行う際にも依然として表象されており, 数処理に影響していることが示唆される。

7. 減数・答が2~7(5を除く)

以上の結果より, 表3・4, 図2・3, 分散分析の結果にも示されている通り, 5を除いて減数や答が2~7, 特に6, 7の問題が反応時間は大きく難しくなっている。前述の通り減数と答が0・1・5・8・9の問題は反応時間が小さかった結果といえる。また, 被減数が大きくなるに従って難しくなっていくことを指摘したが, それに伴い減数や答が中程度の大きさの問題が次第に増加していくため, 両者は共に難しいという一致した結果になったと思われる。

8. 被減数10

一桁ひき算は一桁たし算の逆演算である(日本数学教育学会(1992))。よって, 後藤(1993)では両者の間に高い正相関がみられた。後藤(2011)では, 答が10になる一桁たし算が他の答の問題と比較して若干易しい傾向にある。よって, その逆演算である被減数10の問題は, 同様に答の数の大きさのわりに若干易しくなったとも考えられる。

V. 一桁ひき算の教授学習過程

上記の難易は学習が終了した子どもを対象として得た結果であるため, 例えば0の扱いのように特殊な数を学習過程の子どもにそのまま当てはめるのは少々乱暴と思える。その点に配慮しつつ, 難易を基準に系統性を持たせた学習を展開する教授学習過程として, 以下の原則を提案する。

1. 減数や答が0の問題は終盤に扱う。

前述の通り、減数や答が0の問題の反応時間は小さく、易しい問題と結論づけた。確かに、後藤(2011)の一桁たし算の様に、学習を終了した子どもにとっては、知識の体制化がなされたとすれば0の扱いは容易になるかもしれない。

しかし、減数0の問題では、数えひき、補加法の何れの計数操作も不要であり、文部科学省(2008b)が示す「計算の仕方を考える」上で他の減数とは異なる。また、同省が示す「計算の意味を理解する」ことに関して、取り去ったり減少したりした時の残りの大きさを求める求残問題では、何もないものを取り去るという意味は実際に存在するものを取り去ることとは異質である。二つの数量の差を求める求差問題においても、存在しないものを比較対象とする意味は特殊である。よって、それらは計算の仕方を考える上で必要な要素ではあるが、意味の特殊性ゆえに後送りが望ましいと考える。

答0の問題も、計算の仕方を考える上では、同数の計算という学習上の必要な要素を持つ。しかし、「被減数と減数が同数の場合はすべて答が0」という特殊性を有し、そのような知識の体制化がなされれば、それらを数えひきや補加法を学習する一桁ひき算に含めて、繰り返し学習することにあまり意味を持たなくなると思われる。よって、終盤に特殊例として導入するのが望ましいと考える。

2. 被減数の小さい問題から始める。

被減数が小さい問題ほど易しいためである。ただし、被減数1の問題は減数または答が0に限られて特殊であるため後に送るのが望ましい。よって、被減数2から順次大きくしていき、終盤で10を適宜導入することを原則とする。前述の通り、被減数と減数が同数の問題は例外扱いとし、被減数の大きさに関わらず終盤に導入する。

3. 被減数の大きさに関係なく減数1の問題から始めて、以後は難易差を配慮する。

被減数2~10のどの場合も、各大きさの被減数が初めて登場するたびにまずは減数1の問題を最初に扱う。減数1の問題は易しいからである。ただし、その後は被減数のように減数を順次大きくするのが望ましいとは限らない。例えば、被減数が4の場合、減数2と3には難易差がないため、減数1の次は答が1になる容易な問題の減数3を優先する。他の被減数の場合も同様に考慮して減数を扱う。また、減数2以上では、その難易差ゆえに8, 9, 5を優先し、6, 7を最後に扱う。以上のように、減数や次に示す答の数の違いによる難易差も配慮しなければならないと考える。

4. 被減数の大きさに関係なく答1の問題を減数1の次に優先して、以後は難易差を配慮する。

初めて登場する各大きさの被減数ごとに、答1になる問題を減数1の問題の次に優先すること

を原則とする。答1の問題は易しいからである。その後は、減数の場合と同様の原則である。答2以上では、その難易差ゆえに8, 9, 5を優先し、6, 7を最後に扱う。以上のように、減数や答の数の違いによる難易差を配慮した問題の扱いが必要と考える。

5. 「減数<答」を優先して「答<減数」へ進む。

計算方略として補加法は存在するが、それは日本数学教育学会(1992)で示されている通り、たし算の数えたす計算法をひき算に利用するものであり、たし算を応用したに過ぎない。松村他(2014)によると、ひき算の意味は「ある数から他の数を取り去ってその差を計算する方法」である。計算操作は取り去ることが本質であり、「ひく」ことが本来の意味を反映させた手続きと考える。一桁ひき算の方略では、補加法ではなく数えひくことがそれに適合する。数えひくことを基本と考えた場合、ひく数、即ち減数の小さい方が操作回数は少ないため易しくなる。後藤(2011)の一桁たし算においても操作回数が少ない問題は易しくなっている。その意味で補加法において易しくなる答の小さい問題よりも減数の小さい問題を優先した方が良いと考える。

6. 被減数・減数・答の数の扱いの柔軟性

シェーピングの原理から考えれば、小さい被減数から始めて、すべての減数を扱ってから次の大きさの被減数へ進む、あるいは減数1の問題についてすべての被減数を扱ってから次の減数へ進むなど、逐次接近の方法を採用するのが望ましいと考える。特に、学習に時間を要する子どもの個別学習などでは必須の要件となろう。

しかし、学校教育においては時間に制約がある。そのため、前に示した1～5の原則を順守しながら、それらの条件を適宜組み合わせて柔軟な対応が求められるであろう。

VI. 現行教科書についての考察

表5・6は2社による現行教科書に掲載されている一桁ひき算の問題を提示順に並べたものである。語意や記号の意味は表外に示している通りである。難易を基準にした教授学習過程を基に、2社の教科書で使用されている問題の是非を考察する。

1. 求残問題について

1) 導入問題の数が大きすぎる。

A社の導入問題は「3-2」で、被減数3, 減数2の使用が早すぎる。B社は「4-1」で、減数1は妥当であるが、被減数4の使用が早すぎる。被減数は小さいほど簡単であり、被減数, 減数, 答が最も小さい「2-1」から始める方がよいと考える。ただし、B社の場合、2問目が「4-2」である。仮に、被減数を据え置いて減数を1つ増加して発展させるという意図であるにしても「3-1」から始めればよいことである。いずれにしても導入問題の数は大きすぎる。導入問題は、子ど

表5 提示順に並べた教科書で扱っている問題(求残)

A社		B社	
導入用	3-2#	導入用	4-1#
説明用	5-3#		4-2#
立式	3-1#	説明用	5-2#
	6-3#	立式	4-3#
	5-2#		3-1*
	6-2#		5-3*
練習	4-1	練習	4-3
	3-2		3-2
	5-1		4-2
	4-3		5-4
	6-4		9-5
	5-4		8-5
	6-5		7-2
	4-2		6-1
	8-3#*		8-2
	7-5		7-4
	8-7		8-6
	9-2		9-7
	8-1		10-5
	9-7		10-3
	8-2		10-4
	8-5		10-6
	9-4		7-5*
	7-4		8-3#*
	7-2		9-4#*
	8-6		4+4
	9-8	カード	全問題
	10-1	説明用	3-1#
	10-9		3-2#
	10-5		3-3#
	10-3		3-0#
立式	7-3#*	練習	5-5
	9-6#*		6-0
	9-3#*		0-0
説明用	3-1#	導入用：ひき算の概念・考え方へ導く問題 説明用：解法の説明用問題 立式：式を立てて答を求める問題 #：具体物有り *：文章題	
	3-2#		
	3-3#		
立式	3-0#	カード：表裏に問題と答が記載されているカード A-B=：指定した答になる立式の問題	
練習	5-0		
	6-6		
	2-2		
	0-0		
カード	全問題		
確かめ	7-2*		
	6-4*		
	10-8		
	9-3		
	8-4		
	9-1		
	10-4		
	8-0		
	6-4		
	7-3		
	A-B=3		

表6 提示順に並べた教科書で扱っている問題(求差)

A社		B社	
説明用	7-5#	説明用	8-5#*
立式	6-3#	立式	5-4#
	8-6#		8-6#*
	9-5#*		7-4#
	8-4#		9-3#*
	8-7#*		8-7#
確かめ	7-4#*	問題作成 (例付)	7-2
	10-9		6-4
	8-5		
	9-7		
	2-0		
	6-2		
	10-5		
	8-5		
	8-3		
	9-2		
	9-6		
	8◇2=6		

説明用：解法・考え方の説明用問題

立式：式を立てて答を求める問題

#：具体物有り

*：文章題

8◇2：◇に+または-を入れる問題

問題作成：式を与えて文章題を作成する問題

もが残りの意味を理解し、求残の概念形成を目指すのに必然である。その目的を優先するなら、それ以外の要素である被減数などの数を大きくして計算を複雑に、難しくすることにより意味理解を妨げる必要はないであろう。

2) 説明用問題の数が大きすぎる。

A社の説明用問題は「 $5-3$ 」で、導入問題の被減数と減数が大きい。B社は「 $5-2$ 」で被減数が多い。説明用問題はひき算の意味から立式、解法の理解へと導くうえで重要な存在である。数を大きくして計算に混乱を招く要素を付加するよりも、確実にそれらの理解を促がすために、より小さな数の問題で説明した方が妥当と考える。

3) 立式問題における数の扱いに統一性がない。

A社では「 $3-1$ 」, 「 $6-3$ 」, 「 $5-2$ 」, 「 $6-2$ 」, B社は「 $4-3$ 」, 「 $3-1$ 」, 「 $5-3$ 」と展開する。A社の場合、この段階で最も簡単な数である減数1を初めて提示するのは遅すぎる。理由は前述の通りである。2問目で被減数が3から6へ倍増しているのは性急すぎる。さらに3問目と同じ答の3になる問題であるなら、数の小さい「 $5-2$ 」を先に提示した方が良い。4問目でも2問目と同じ被減数6を用いているが、減数2は2問目よりも小さいため先に扱った方が妥当と考える。B社では、2問目よりも1問目の方が被減数と減数は大きく難易による優先順が逆である。答が最小値1の問題を先行させるにしても、「 $3-2$ 」のように被減数や減数がより小さい問題の提示は可能である。また、導入問題よりも小さい被減数3を後から導入するのも逆である。

ここでは、説明用問題で子どもに立式を初めて経験させた後に理解を定着させる大切な段階である。混乱を招かないよう慎重に数を使用すべきと考える。

4) 練習問題の減数の扱いに統一性がない。

A社の被減数は徐々に増加しており妥当である。しかし、 $7-2$, $1-7$, $8-1$ などのように、減数が乱高下している感がある。減数や答の小さい易しい問題を提示するという意味では妥当であるが、急激な変化よりも双方を徐々に変化させる方が子どもには扱いやすいと考える。B社の被減数も概ね徐々に増加しているが、8, 9が6, 7よりも先に登場するのは難易から逆の方が良い。

ここは練習により解法の理解を安定させていく段階であるため、急激な数の増減は最後の確かめまで保留し、不安定にさせる要素を避けるべきと考える。

5) 単純計算の練習問題に文章題を導入するのは疑問である。

問題の難易を基準とした考察ではないが、設問の意味理解という観点から付加する。

A社では単純な計算問題に1問のみ唐突に文章題を含めて再度単純計算に戻っている。その後、文章題の立式問題へと展開しているが展開は逆の方が望ましいと考える。B社では練習問題の最後に3問の文章題が登場する。最後に位置付けている点は妥当と考えるが、A社と同様、立式問題の説明を経ずに唐突に練習問題だけを提示するのは、子どもに戸惑いをもたらすことにならないであろうか。

文章題は、設問の意味を理解するという複雑な要素が加わり、意味の読解に難色を示す子どももいるはずである。よって、単純計算とは別に扱う方が妥当であろう。単純計算と同様、立式問題の説明で理解を促した後、練習問題へと展開した方が適切と考える。

6) 減数・答0の導入が終盤であるのは望ましい。

両社とも単純な計算問題、文章題を扱った後に減数・答0の問題を導入している。共に被減数が同一の問題を用いて、「3-1」、「3-2」、「3-3」、「3-0」と徐々に0へ移行しているのは丁寧な扱いである。しかも、答0の問題が減数0より先行しているのは望ましいと考える。答0の問題において、被減数を全て引いて答0になる場合は具体的に引くものが存在する。一方、減数0の問題では引くものが存在せず、「何もないものを引く」という考え方を理解するのは具体性がなくて、答0よりも困難と考えるからである。前述の通り、一端理解すると0の扱いは容易になる。しかし、初出段階では、減数0の問題は意味の性質が異なり難しくなる可能性があると考えたため後にした方が妥当であろう。

7) 確かめ問題の被減数、減数が偏っている。

A社では全ての問題で被減数は6以上である。減数は1問を除き4以下である。確かめ問題の段階では、それまでの学習により計算になれていると思われる。よって様々な数を組み合わせて難易の異なる問題を豊富に提示してもよいのではないかと考える。B社では、減数や答に0が初めて登場した後は0に関係する練習問題のみである。それ以外の問題も含めた確認が最後に必要ではないだろうか。

2. 求差問題

1) 説明用問題と立式問題の数が大きすぎる。

A社では被減数が6以上、減数が3以上に偏っている。B社では被減数が5以上、減数が3以上である。もっと小さい数の問題から提示する方が良い。求差問題では被減数と減数の違いを求めるのであり、残りを求める求残問題とは意味が異なる。ここでも求差の意味理解を目的とするには計算そのものは簡単な方が容易になると考えるため、扱う数が容易な問題に配慮することが望ましいと考える。

2) 練習問題が不足である。

問題の難易を基準とした考察ではないが、設問の意味理解という観点から付加する。

A社では、確かめ問題に含まれている文章題の求差問題は1問のみであり、それ以外は単純計算の問題である。前単元の単純計算を延長させることが不要とは考えないが、本単元で学習する求差の意味理解を安定させるための練習問題がもう少しあっても良いのではないだろうか。B社では「7-2」のように一定の式を提示して文章題を作成させることにより求差の練習をさせているが、その前に文章題の練習問題で求差の意味理解の定着を図ることも必要と考える。一桁ひき算全体の問題数がA社と比較して少ないため、時間の条件を踏まえてもそれが可能であろう。

VII. 課 題

本研究では、ひき算の中で最も基本となる繰り下がりのない一桁ひき算の難易について探究した。発展内容である繰り下がりがある一桁ひき算は、繰り下がりのない一桁ひき算では必要とされない減加法や減減法という異質なストラテジーも関係するため、より複雑な計算過程である。そこにどのような難易があり、如何なるな教授学習過程が適切かは今後の検討課題である。

また、本研究では被減数が同じ場合は、減数、答が異なっても一括して被減数同士を比較した。減数、答についても同様である。同じ被減数、減数、答でも他の数が異なると難易も異なる可能性がある。それらの詳細な検討も課題であろう。

ストラテジーなどの詳細な分析による認知心理学的なアプローチから一桁ひき算の難易を探り、教授学習過程の提案へ取り組むことも必要と考える。

引用・参考文献

- Baroody, A. J. (1984a). Children's difficulties in subtraction: Some causes and cures. *Arithmetic Teacher*, 32(3), 14-19.
- Baroody, A. J. (1984b). Children's difficulties in subtraction: Some causes and questions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15(3), 203-213.
- 藤井齊亮・飯高茂(代)(2012). あたらしいさんすう 1 東京書籍
- Fuson, K. C. (1984). More complexities in subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15(3), 214-225.
- Fuson, K. C. (1986). Teaching children to subtract by counting up. *Journal for Research in Mathematics Education*, 17(3), 172-189.
- Fuson, K. C. (1988). Research into practice: Subtracting by counting up with one-handed finger patterns. *Arithmetic Teacher*, 35(5), 29-31.
- Fuson, K. C., & Willis, G. B. (1988). Subtracting by counting up: More evidence. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(5), 402-420.
- Gagné, D. E. (1985). *The cognitive psychology of school learning*. Glenview, Illinois: Scott, Foresman and Company. (赤堀侃司・岸学(監訳)(1989). 学習指導と認知心理学 パーソナルメディア)
- Gibb, E. G. (1956). Children's thinking in the process of subtraction. *Journal of Experimental Education*, 25, 71-80.
- 後藤聡(1989). 一桁たし算の難易に影響を及ぼす要因の分析 天使女子短期大学紀要, 10, 47-56.
- 後藤聡(1993). 一桁ひき算の計算方略におけるたし算について 日本教育心理学会第35回総会発表論文集, 444.
- 後藤聡(1999). 心的ひき算の難易と数表象の構造 天使女子短期大学紀要, 20, 1-9.
- 後藤聡(2011). 難易を基準にした1桁たし算の教育課程 天使大学紀要, 11, 11-20.
- Groen, G. J., & Poll, M. (1973). Subtraction and the solution of open sentence problems. *Journal of Experimental Child Psychology*, 16, 292-302.
- 平井安久(1992). たし算・ひき算における子どものCOMPOSITEレベルについて 日本教育工学会第8回大会講演論文集, 330-331.
- 平井安久(1993). 子どもの数概念について — 小学1年生のCOMPOSITEレベル — 日本教育工学

会第9回大会講演論文集, 266-267.

- 廣田敬一 (2008). 小学校新教育課程の特色と配慮事項 — 算数 — 佐野金吾・西村佐二 (編著) ここがポイント! 新教育課程をわかりやすく読む (pp.148-150) ぎょうせい
- 貝塚茂樹 (2003). 教育課程とは何か 山田恵吾・藤田祐介・貝塚茂樹 学校教育とカリキュラム (pp.7-13) 文化書房博文社
- 河井芳文・後藤聡 (1987). 児童における一桁の足し算の難易の構造について 東京学芸大学紀要第1部門教育科学, 38, 99-107.
- 工藤文三 (2008). ここがポイント新教育課程 — 新教育課程の特色 — 佐野金吾・西村佐二 (編著) ここがポイント! 新教育課程をわかりやすく読む (pp.2-7) ぎょうせい
- 栗山和広・吉田甫 (1988). 幼児の数表象の構造 — 数唱分析からの検討 —, 心理学研究, 59(5), 287-294.
- 栗山和広・吉田甫 (1995). 心的加算における数の表象構造について, 教育心理学研究, 43, 402-410.
- 草野一紀 (2008). ここがポイント新教育課程 — 理数教育の充実をどう図るか — 佐野金吾・西村佐二 (編著) ここがポイント! 新教育課程をわかりやすく読む (pp.28-31) ぎょうせい
- 松村明 他 (編) (2014). 大辞林第三版 三省堂
- 文部科学省 (2008a). 小学校学習指導要領 東京書籍
- 文部科学省 (2008b). 小学校学習指導要領解説 — 算数編 — 東洋館出版社
- 中野博之 (2008). 算数 — 思考力・表現力を育て活用する力をつける — 吉田孝 (編著) 小学校新教育課程の解説と授業づくりのアイデア (pp.59-84) 学事出版
- 日本数学教育学会 (1992). 新訂算数教育指導用語辞典 新数社
- 新村出 (編) (2008). 広辞苑第六版 岩波出版
- 西谷さやか (1989). 減法計算の Strategy の分析II 日本教育心理学会第31回総会発表論文集, 9.
- 西谷さやか (1990). 減法計算の Strategy の分析III — 成人と児童の比較 — 日本教育心理学会第32回総会発表論文集, 23.
- Parkman, J. M. (1972). Temporal aspects of simple multiplication and comparison. *Journal of Experimental Psychology*, 95(2), 437-444.
- 澤田利夫・酒井裕 (監) (2012). しょうがく さんすう1 教育出版
- Smith, J. H. (1921). Arithmetical combinations. *Elementary School Journal*, 21, 762-770.
- Thornton, C. A. (1990). Solution strategies: Subtraction number facts. *Educational Studies in Mathematics*, 21, 241-263.
- Thornton, C. A., & Smith, P. J. (1988). Action research: Strategies for learning subtraction facts. *Arithmetic Teacher*, 35(8), 8-12.
- Washburn, C., & Vogel, M. (1928). Are any number combination inherently difficult? *Journal of Educational Research*, 17(4), 235-255.
- Wheeler, L. R. (1939). A comparative study of the difficulty of the 100 addition combinations. *The Journal of Genetic Psychology*, 54, 295-312.
- Woods, S. S., Resnick, L. B., & Groen, G. J. (1975). An experimental test of five process models for subtraction. *Journal of Educational Psychology*, 67(1), 17-21.
- 吉田孝 (2008). 総則 — キーワードは「生きる力」と「教育基本法」 — 吉田孝 (編著) 小学校新教育課程の解説と授業づくりのアイデア (pp.7-26) 学事出版