

タイトル	地上と静止衛星を結ぶエレベーターを作ることとは可能か？
著者	世戸，憲治；吉田，文夫；SETO, Kenji; YOSHIDA, Fumio
引用	北海学園大学工学部研究報告(38)：13-18
発行日	2011-02-14

地上と静止衛星を結ぶエレベーターを作ることとは可能か？

世戸 憲治* ・ 吉田 文夫**

Is It Possible to Construct Elevator Connecting Earth and Stationary Satellite ?

Kenji SETO* and Fumio YOSHIDA**

要旨

地上と静止衛星を結ぶエレベーター，いわゆる，宇宙エレベーターが最近よく話題になっているが，はたしてこれは実現可能なものなのか，ここでは力学的立場から検討してみた．結論として，現状ではその可能性は極めてゼロに近いものであり，将来的にも期待することは難しいと言わざるを得ない．

0. はじめに

最近，地上と静止衛星を結ぶエレベーターのことが色々な場面で話題になっている．インターネットで，「宇宙エレベーター」で検索するとたくさんの項目が引っ掛かってくるし，NHK の TV ドラマに登場するくらいだから，かなりの人がこの話題を耳にしているに違いない．中には今にでもすぐに実現すると思っている人がいるかもしれない．確かにそんなものがあれば，どんなに便利であろう．わざわざ，高いお金をかけて，ロケットを飛ばす必要がなくなる．第一に，ロケットは，地球上に有毒ガスを振りまき，莫大なエネルギーを消費する元凶でしかなく，使わないにこしたことはない．もし，宇宙エレベーターが実現すれば，ロケットに比べ，消費エネルギーは 1/100 から 1/1000 位に縮小させることができる．

ここでは，そのような装置を作るための初歩的かつ初期的な段階として，おもに力学的な立場から考察してみよう．一番問題となるのは，エレベーターを支えるためのケーブルが，その重さに耐えられるかどうかである．

1. 初期的解析

はじめは，簡単化のため，以下の 3 点の仮定のもとに解析してみる．

- (1) ここで使うケーブルは太さが一様で，かつ，伸び縮みしないものとする．
- (2) エレベーターの籠本体の質量は，ケーブルの質量に比べ無視する．
- (3) このエレベーターをつけても静止衛星の位置は変化しないものとする．

これらの仮定は，一つ一つが大胆なものではあるが，初期的解析としては本質的なものである．

* 北海学園大学名誉教授

E-mail: seto@pony.ocn.ne.jp

** 北海学園大学工学部社会環境工学科 E-mail: yoshida@cvl.hokkai-s-u.ac.jp

** Dept. of Civil and Environmental Engineering, Faculty of Engineering, Hokkai-Gakuen Univ.

ケーブルの断面積を S , 質量 (体積) 密度を ρ , その張力を T とする. ただし, 張力は場所によって異なるので, 地球の中心を原点とし静止衛星方向むきの x 座標をとったとき, 点 x での張力を $T(x)$ とする. 地球の半径を R_e , 地球の質量を M_e , 地上での重力加速度を g , 万有引力定数を G とする. また, 地球の自転角速度を ω とする.

いま, ケーブル上の点 x と点 $x+dx$ 間に作用する力のつり合いを考えてみると, 上向きに作用する力は, 張力 $T(x+dx)$ と遠心力 $Sdx\rho x\omega^2$, また, 下向きに作用する力は, 張力 $T(x)$ と重力 $GM_e Sdx\rho/x^2 = R_e^2 g Sdx\rho/x^2$ であるから, そのつり合いの式は

$$T(x+dx) + Sdx\rho x\omega^2 = T(x) + \frac{R_e^2 g Sdx\rho}{x^2} \quad (1.1)$$

となり, したがって, 微分方程式

$$\frac{1}{S} \frac{dT}{dx} = \frac{R_e^2 g \rho}{x^2} - \rho \omega^2 x \quad (1.2)$$

を得る. 以下では, 単位断面積あたりの張力, すなわち, 応力 $\sigma(x) = T(x)/S$ を使って書き表そう. (1.2) 式は

$$\frac{d\sigma}{dx} = \frac{R_e^2 g \rho}{x^2} - \rho \omega^2 x \quad (1.3)$$

となる. これを積分して,

$$\sigma(x) = -\frac{R_e^2 g \rho}{x} - \frac{1}{2} \rho \omega^2 x^2 + C \quad (1.4)$$

となり, 積分定数 C を地上 ($x = R_e$) で応力 σ が, 一定値 σ_e となるように選ぶと, 座標 x での応力は

$$\sigma(x) = R_e^2 g \rho \left(\frac{1}{R_e} - \frac{1}{x} \right) + \frac{1}{2} \rho \omega^2 (R_e^2 - x^2) + \sigma_e \quad (1.5)$$

となる.

この (1.5) 式の x 依存性をもう少しはっきりさせるため静止衛星との関係を調べてみよう. 静止衛星の質量を M_s , その x 座標を R_s とすると, 静止衛星に作用する重力と遠心力のつり合いの式は,

$$G \frac{M_e M_s}{R_s^2} = M_s R_s \omega^2 \quad \Rightarrow \quad R_e^2 g = R_s^3 \omega^2 \quad (1.6)$$

となる. この (1.6) の関係を用い, ω を消去した形で (1.5) 式を書き直すと,

$$\frac{\sigma(x)}{\rho} = R_e^2 g \left[\frac{1}{R_e} - \frac{1}{x} + \frac{1}{2R_s^3} (R_e^2 - x^2) \right] + \frac{\sigma_e}{\rho} \quad (1.7)$$

となり, また, この x 微分は (1.3) より, あるいは, この式から直接求めてもよいが,

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\sigma}{dx} = \frac{R_e^2 g}{R_s^3} \cdot \frac{R_s^3 - x^3}{x^2} \quad (1.8)$$

となる. これから, $R_e \leq x \leq R_s$ の範囲では応力は高さと共に増加していき, 静止衛星に接したところで最大になることがわかる. 以下では, この静止衛星に接するところでのケーブルの応

力を具体的に求めてみよう．(1.7) 式において， $x = R_s$ として，この点での応力を $\sigma_s = \sigma(R_s)$ とすると，

$$\frac{\sigma_s}{\rho} = \frac{R_e g}{2R_s^3} (R_s - R_e)^2 (2R_s + R_e) + \frac{\sigma_e}{\rho} \quad (1.9)$$

となる．

以下，実際の数値，

$$R_e = 6370 \times 10^3 \text{ m}, \quad g = 9.8 \text{ m/s}^2, \quad \omega = 2\pi / (24 \times 60 \times 60) / \text{s} = 7.2722 \times 10^{-5} / \text{s} \quad (1.10)$$

を用いて，まず，静止衛星の地球中心からの距離 R_s を，(1.6) の第 2 式から求めると，

$$R_s = \left(\frac{R_e^2 g}{\omega^2} \right)^{1/3} = 42,207.647 \times 10^3 \text{ m} \approx 42,200 \text{ km} \quad (1.11)$$

となり，この値を (1.9) 式に代入して σ_s / ρ の値を求めると，

$$\frac{\sigma_s}{\rho} \approx 48,400 \text{ kN} \cdot \text{m/kg} + \frac{\sigma_e}{\rho} \quad (1.12)$$

となる．

以下，この数値が何を意味するか考える．ある物質を引っ張って破断したときの応力 σ_y を，引張強度と言ひ，この引張強度 σ_y を質量密度 ρ で割ったもの，すなわち， σ_y / ρ を比強度という．この比強度は軽くて丈夫なものほど大きな値をとる．以下の表に，代表的な物質 6 種類について，引張強度，密度，比強度，破断長を載せる．なお，破断長は比強度を重力加速度 g で割ったもので，長さの次元を持ち，その物質を紐状にして吊下げたとき，破断するまでの最大の長さを表す．

材料名	引張強度 (MPa)	密度 (g/cm ³)	比強度 (kN·m/kg)	破断長 (km)
Scifer Steel Wire (鋼鉄)	5,500	7.87	698	71.2
炭素繊維 AS4	4,300	1.75	2,457	250
ケブラー	3,620	1.44	2,514	256
スペクトラ	3,510	0.97	3,619	369
カーボンナノチューブ (不確実)	62,000	1.34	46,268	4,716
コロツサルカーボンチューブ	6,900	0.116	59,483	6,066

(ケブラーは芳香族ポリアミド系樹脂．スペクトラは超高分子量ポリエチレンの製品名.)

そもそも，宇宙エレベーターなるものの実現可能性が言われたしたのは，カーボンナノチューブ (CNT) の出現によるところが大きい．これは，日本人の飯島澄男氏によって，1991 年に発見されたもので，驚異的な引張強度を持つ物質として世界の注目を集めた¹⁾．しかし，(1.12) 式に見るとおり，地上での σ_e の値を無視するとしてもこの CNT では比強度が足りない．ただし，CNT の場合，将来的には，その製法の改良により純度を上げていくことで，より大きな比強度をだすことが可能と考えられてはいるが，桁違いに大きくなることは期待できないであろう．

最近 (2008 年) になって，CNT より比強度が大きいものとしてコロツサルカーボンチューブ (CCT) というものが発見された²⁾．上の表で見るとおり CCT の比強度は，(1.12) 式にある数

値を超えている．また，この CCT の破断長はほぼ地球の半径に匹敵するものであるが，破断長の定義そのものは，重力加速度 g を地上での一定値とし，遠心力のようなものは，もちろん考慮しないで計算されたものである．これで宇宙エレベーターが作れるかというところ，そう簡単ではない．実際に作るとなると，風の影響を避けるため，ケーブルにはかなりの程度の張力を懸けておく必要があるし，エレベーターの籠本体の重量も考慮しなくてはならないことなど，安全性のことを考えると実際には (1.12) 式にある数値の 10 倍以上の比強度がないと安心して乗ることはできないだろう．そのうえ，現在のところ実験的に作られている CCT は，長さがせいぜい，数 cm 程度のものでしかない．実際にこのエレベーターを作るとなると，途中で中継点を作るとしても，何万 km という長さのケーブルを切れ目なく作る必要がある．こんなことができるようになるには，あと何年くらいかかるのだろうか．

2. ケーブルの太さを変えた場合の解析

現在この世に存在するものでこれ以上のものは望めないもので，もし，どうしても作るとなれば，これまで考えてきた太さ一様のケーブルはやめにして，上にいくほど太くなるケーブルを使うしか方法はないだろう．カーボンナノチューブ (CNT) における炭素の結合状態は，通常 6 員環で出来ているが，8 員環の構造を取り入れるとチューブを枝分かれさせることができるので，ケーブルの太さを変えることができる．

ただし，こうなると普通のエレベーターのようにケーブルを回転させることはできなくなってしまうので，籠を動かすには，籠自体に動力を付けて，ケーブルに沿って昇っていくことになる．

この節では，ケーブルの断面積 S を高さ x の関数として， $S(x)$ として扱う．このとき，前節の (1.1) (1.2) 式はそのままの形で成立する．ここでは，ケーブルに発生する応力が高さによらず一定値 σ_0 になるように，すなわち

$$\frac{T}{S} = \sigma_0 \quad (2.1)$$

を仮定したとき，断面積 $S(x)$ がどのような x 依存性を持つかについて解析しよう．この (2.1) 式を用いると (1.2) 式は

$$\frac{1}{S} \frac{dS}{dx} = \frac{\rho}{\sigma_0} \left(\frac{R_e^2 g}{x^2} - \omega^2 x \right), \quad (2.2)$$

あるいは，(1.6) 式を用いて，

$$\frac{1}{S} \frac{dS}{dx} = \frac{\rho R_e^2 g}{\sigma_0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{x}{R_s^3} \right), \quad (2.3)$$

となる．これから積分して断面積 $S(x)$ を求めると

$$S(x) = S_e \exp \left[\frac{\rho R_e^2 g}{\sigma_0} \left(\frac{1}{R_e} - \frac{1}{x} + \frac{R_e^2 - x^2}{2R_s^3} \right) \right] \quad (2.4)$$

と求められる．ここに， S_e は積分定数であるが，これは地上での断面積を意味する．ケーブルの張力の方は，(2.1) から，

$$T(x) = \sigma_0 S_e \exp \left[\frac{\rho R_e^2 g}{\sigma_0} \left(\frac{1}{R_e} - \frac{1}{x} + \frac{R_e^2 - x^2}{2R_s^3} \right) \right] \quad (2.5)$$

となる．これらの式から断面積，張力共に高さが高くなるにつれ大きくなり，静止衛星に達したところで最大になることがわかる．

以下，この式に基づいて数値解析をしてみよう．静止衛星のところでの断面積を $S_s = S(R_s)$ として，この値が地上での断面積 S_e の何倍になるかを求めてみる．(2.4) 式から

$$\frac{S_s}{S_e} = \exp \left[\frac{R_e g}{2(\sigma_0/\rho) R_s^3} (R_s - R_e)^2 (2R_s + R_e) \right] \quad (2.6)$$

となり，この比の値は， σ_0/ρ の値で決まる．ここでは，ケーブルの材料として CNT を想定し， σ_0/ρ の値が，CNT の比強度に等しいとき，2 分の 1 のとき，5 分の 1 のとき，10 分の 1 のとき，の四とおりについて求めてみると，

$$\frac{S_s}{S_e} = \begin{cases} 2.8463, & \sigma_0/\rho = \text{CNT の比強度}, \\ 8.1019, & 2 \text{ 分の } 1 \text{ のとき}, \\ 186.8416, & 5 \text{ 分の } 1 \text{ のとき}, \\ 34909.7924, & 10 \text{ 分の } 1 \text{ のとき}, \end{cases} \quad (2.7)$$

となって， σ_0/ρ の値を小さくするにしたがい断面積の比は指数関数的に増加していく．ケーブルの安全性から見た場合， σ_0/ρ の値は少なくとも比強度の 10 分の 1 以下に抑えておくべきと考えられるが，そのときの断面積の比は約 35,000 倍にもなり，とても実用に供するものだとは思えない．

3. おわりに

宇宙エレベーターの建設に関してはあまりにも問題が多すぎる．第 1 節の初めのところで述べた (3) の問題であるが，静止衛星本体にはケーブルからの非常に大きな張力がかかってしまうので，このままでは，衛星本体が地球に落下してしまう．これを解決するには，衛星から地球とは反対方向のさらに上空方向にもケーブルを伸ばし，それにかかる遠心力で，地球方向の張力打ち消すようにするのがよいだろう．このためにもケーブルの長さは長大なものになってしまう．もっとも，この問題には，もう一つの解決方法がある．それは，衛星本体を静止軌道より高くして，衛星本体にかかる遠心力を利用する方法である．この 2 つの方法のうちどちらが有利なのかは，建設時の作業のし易さから決められるのであろう．

さらに，もしこんなものができたとしても，運行に要する時間がかかりすぎることである．エレベーターの籠が新幹線なみの時速 300 km で走れたとしても，地上と衛星間の距離， $R_s - R_e \approx 35830$ km を走行するには，5 日間もかかってしまう．その他，地球近くでは，雨風によるケーブルの劣化，振動をどうやって防ぐかも大きな問題である．また，落雷やテロ行為，航空機との衝突など，解決しなければならない問題は山ほどある．

いずれにしても，現存する材料では地上と静止衛星を結ぶエレベーターは作れそうもない．CNT や CCT に類似する炭素系の新物質は今後も発見されるであろうが，比強度が飛躍的に大きくなることは期待できないし，かと言って，この世の中で最も硬い物質であるダイヤモンドが炭素で出来ていることを考えると炭素以外の元素に期待することもできないであろう．確かに，宇宙エレベーターは興味を引く夢のある話ではあるが，現著者の見解では，今後 100 年を見通し

てもその実現可能性はほとんどゼロと言っても過言ではないと思われる。ましてや、地球と月の間に橋を架けようなんてことは、しょせん、夢のまた夢にすぎないのか。

余談になるが、アメリカの NASA に宇宙エレベーターに関する研究チームがあり、Philip R. B. Edwards 博士は、2003 年と 2006 年の 2 度にわたり宇宙エレベーター建設に関する報告書を出版している。その中で、彼は、宇宙エレベーターの建設方法について述べており、2030 年には建設が可能であること、その建設費用は 1 兆円規模であるとしている。これもまったく信じられないことだ。

日本にも宇宙エレベーター協会があり、この協会主催の宇宙エレベーター技術競技大会が今年(2010 年) 8 月に開かれた。その内容は、地上から 300 m の高さに気球をあげ、地上と気球を結ぶケーブルに沿って、大きさ数十センチ程度の昇降機を地上から上げていき、気球に到達するまでの時間を競うものである。来年は、気球の高さを 600 m にし、再来年は、その倍の 1200 m というように年ごとに倍々にしていくと、17 年後の 2027 年には静止衛星の軌道の高さに到達するという。しかし、これは笑い話にもならない。だいいち、地上 15 km 以上は成層圏でそこまで上がる気球があるかもしれないが、成層圏を超えてしまうと空気といえるものは存在しないのだから、それ以上に上がる気球などあり得るはずがない。この協会はその辺のことをどう考えているのだろうか。

参考文献

- 1) 飯島澄男 Sumio Iijima, Helical Microtubules of Graphitic Carbon, Nature 354, 56-58 (07 Nov. 1991)
- 2) H.Peng, D.Chen, J.-U.Huang, S.B.Chikkannanavar, J.Hänisch, M.Jain, D.E.Peterson, S.K.Doorn, Y.Lu, Y.T.Zhu, and Q.X.Jia, Strong and Ductile Colossal Carbon Tubes with Walls of Rectangular Macropores, Physical Review Letters, 101, 145501 (2008)